

Катедри за математичку анализу Математичког факултета у Београду

На седници Наставно-научног већа Математичког факултета одржаној 29. маја 2026. године одређени смо за чланове комисије за преглед и одбрану мастер рада

Делцанова кореспонденција и топологија симплектичких торусних многострукости

кандидата Маше Миливојевић (број индекса 1055/2025). После прегледа рукописа који је доставио кандидат подносимо следећи

Извештај

Мастер рад Маше Миливојевић има 100 страна, а састоји се од предговора, четири главе, додатка који има два дела и списка литературе од 37 библиографских јединица. Додатно, рад је употпуњен са 39 фигура које илуструју све основне појмове и примере, или су део формалних математичких доказа датих у раду.

У предговору је дата мотивација и кратко објашњење да је централни објекат у раду симплектичка торусна многострукост. Захваљујући томе што постоје симплектичке многострукости које допуштају Хамилтоново торусно дејство, проучавање оваквих многострукости постаје доста елегантније и своди се на проучавање конвексних политопа дупло мање димензије. У предговору је и описан циљ мастер рада и дат је преглед рада.

Прва глава је уводна. У њој су дате дефиниције основних појмова, примери и најважније особине. Уведена су Хамилтонова торусна дејства на симплектичким многострукостима и описано је придружено моментно пресликавање. Показано је да је моментна слика сваке затворене (компактне, без границе) симплектичке $2n$ -многострукости конвексан n -политоп, такав да се у сваком темену састаје n ивица, све ивице имају рационални правац, и правци ивица које се састају у једном темену формирају $\mathbb{Z}^n$ базу. Овакви политопи се називају Делцановим политопима. Показано је и да је инверзна слика тачке моментног пресликавања повезан скуп.

У другој глави је доказана чувена Делцанова теорема из 88. године прошлог века која успоставља бијекцију између затворених симплектичких торусних $2n$ -многострукости, до на еквиваријантан симплектоморфизам, и Делцанових n -политопа, до на трансляцију и $SL(n, \mathbb{Z})$ трансформацију. Овај доказ се заснива на униформном опису околина тачака које имају стабилизатор исте

димензије, а затим на лепљењу оваквих околина до глобалног модела. Осим формалног доказа теореме, дато је и неколико примера на којима је ова кореспонденција имплементирана. Наиме, показано је како на основу датог Делцановог политопа одредити придружену симплектичку торусну многострукост.

У трећој глави се показује како се неке тополошке особине, као на пример хомолошке групе, Ојлерова карактеристика и прва Чернова класа, затворених симплектичких торусних многострукости могу одредити на основу информација о придруженом Делцановом политопу. И ова глава је употпуњена примерима који олакшавају разумевање топологије.

Четврта глава се фокусира на објекте који су тек задњих десетак година почели да привлаче пажњу математичарима. То су симплектичке торусне многострукости са непразном границом, специјално, са контактном границом. Показано је да њихова моментна слика не мора бити конвексни политоп и да инверзна слика тачке моментног пресликавања не мора бити повезан скуп. Наведени су основни примери оваквих многострукости, пре свега торусни домени, који имају конвексну контактну границу, али дати су и примери са конкавном контактном границом. На крају ове главе наведено је и неколико отворених питања.

У Додатку А је детаљније описан појам Морс-Ботове функције и показано је да су координате моментног пресликавања заиста Морс-Ботове функције.

Додатак Б даје доказ Делцанове теореме о бијективности који је изнео Лерман. Овај доказ се заснива на симплектичкој редукцији.

Закључак комисије

Кандидат Маша Миливојевић је овим радом показала да је добро разумела све појмове који се у раду посматрају и да је овладавала напредним техникама које се у раду користе. Тиме је оформила добар темељ за будуће истраживање у области симплектичке и контактне геометрије и топологије. Зато предлажемо да се рад *Делцанова кореспонденција и топологија симплектичких торусних многострукости* кандидата Маше Миливојевић прихвати као мастер рад и одобри његова јавна одбрана.

У Београду, дана
10. септембра 2026.

проф. др Дарко Милинковић
редовни професор
Математички факултет

проф. др Игор Уљаревић
ванредни професор
Математички факултет

Александра Маринковић (ментор)
ванредни професор
Математички факултет