

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET



Debora E. Pavela

KOMPARATIVNA ANALIZA SOFTVERSKIH
PAKETA ZA TERMOFIZIČKO
MODELOVANJE ASTEROIDA

master rad

Beograd, 2026.

Mentor:

dr Bojan Novaković, docent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Članovi komisije:

dr Marija Janković, viša naučna saradnica
Institut za fiziku, Beograd

dr Dušan Marčeta, docent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Datum odbrane: _____

Sinu Zahariju

Naslov master rada: Komparativna analiza softverskih paketa za termofizičko modelovanje asteroida

Rezime: U ovom radu izvršena je komparativna analiza tri termofizička modela za određivanje temperaturne raspodele na površini asteroida: THERMOPS, TEMPEST i NUM-YARKO. Cilj rada bio je da se, pri identičnim geometrijskim i fizičkim uslovima, ispita stepen međusobnog slaganja modela i utvrdi pod kojim uslovima razlike između modela postaju značajne. Kao test telo korišćen je sferni asteroid prečnika 100 m, dok su sistematski menjani period rotacije i termalna inercija površine. Razmatrani su periodi rotacije od 0.1 h, 6 h i 100 h, kao i termalne inercije u opsegu od 100 do 1000 $Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$. Analiza pokazuje da sva tri modela reprodukuju isti osnovni fizički odgovor površine asteroida na promene osunčanosti, rotacije i termalne inercije. THERMOPS i TEMPEST pokazuju veoma dobro međusobno slaganje u najvećem delu razmatranog prostora parametara, dok NUM-YARKO pokazuje izraženija lokalna odstupanja, naročito na visokim geografskim širinama. Dodatna analiza konvergencije NUM-YARKO modela pokazala je da su izraženija lokalna odstupanja temperaturnog polja povezana sa kriterijumom konvergencije zasnovanim na stabilizaciji vrednosti promene velike poluose da/dt , koji ne mora istovremeno garantovati stabilno periodično lokalno temperaturno polje. Dobijeni rezultati pokazuju da pri poređenju termofizičkih modela nije dovoljno uskladiti samo fizičke ulazne parametre, već je neophodno uzeti u obzir i numeričke detalje simulacije, naročito početne uslove, diskretizaciju i kriterijume konvergencije.

Ključne reči: asteroidi, termalni modeli, termofizički modeli, termalna inercija

Sadržaj

Sadržaj	1
1 Uvod	1
2 Termofizičke karakteristike površine asteroida	5
2.1 Albedo	6
2.2 Emisivnost	8
2.3 Termalna inercija	9
2.4 Oblik i stanje rotacije	11
2.5 Površinska hrapavost i termalni beaming	12
3 Termalni modeli	15
3.1 Standardni termalni model – STM	17
3.2 Model brzo rotirajućeg asteroida – FRM	18
3.3 Termalni model asteroida bliskih Zemlji – NEATM	19
3.4 Karakteristike i ograničenja jednostavnih termalnih modela	21
4 Termofizički modeli	23
4.1 Jarkovski i JORP efekat	27
4.2 THERMOPS	28
4.3 TEMPEST	29
4.4 NUM-YARKO	30
5 Numeričke simulacije	33
6 Rezultati	37
6.1 Slučaj: $P = 0.1h$	40
6.2 Slučaj: $P = 6h$	46
6.3 Slučaj: $P = 100h$	51

SADRŽAJ

6.4 Potpovršinski sloj	56
7 Diskusija i zaključak	59
Literatura	61

Tabela 1: Nomenklatura

Oznaka	Veličina	Jedinica
T	Temperatura	K
T_{ss}	Subsolarna temperatura	K
l_d	Dnevna termalna dubina prodora	m
σ	Stefan–Bolcmanova konstanta (5.67051×10^{-8})	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
P	Period rotacije	h
$S_{\odot}$	Solarna konstanta na $r = 1$ AJ (1361)	W m^{-2}
ω	Ugaona brzina rotacije, $2\pi/P$	s^{-1}
γ	Nagib ose rotacije u odnosu na normalu orbitalne ravni	deg
a	Velika poluosa orbite	AJ
e	Ekscentricitet orbite	–
r	Heliocentrična udaljenost	AJ
Δ	Udaljenost do posmatrača	AJ
α	Fazni ugao, Sunce–asteroid–posmatrač	deg
ϵ	Emisivnost	–
s_i	Površina i -te pločice	m^2
μ	Kosinus ugla između normale na površinu i pravca ka posmatraču	–
η	Parametar termalnog beamovanja	–
κ	Termalna provodljivost	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
C	Specifični toplotni kapacitet	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Γ	Termalna inercija	$\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1/2} \text{K}^{-1}$
Θ	Termalni parametar	–
α_{th}	Termalna difuzivnost	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
ζ	Lokalni solarni zenitni ugao	rad
ρ	Gustina materijala	kg m^{-3}
H	Apsolutna magnituda H, G sistema	–
G	Parametar nagiba H, G sistema	–
ρ_{cra}	Površinski udeo kratera	–
D	Prečnik	m (ili km)
A	Bolometrijski Bondov albedo	–
F_{λ}	Spektralni infracrveni fluks	$\text{W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$
p_V	Geometrijski albedo	–
λ	Talasna dužina	μm
z	Dubina u potpovršini	m
t	Vreme	s

Glava 1

Uvod

Asteroidi su mala tela Sunčevog sistema koja predstavljaju ostatke materijala iz perioda njegovog formiranja i zbog toga nose važne informacije o njegovoj ranoj evoluciji. Najveći broj poznatih asteroida nalazi se u glavnom asteroidnom pojasu između orbita Marsa i Jupitera, dok se manje populacije nalaze i u drugim oblastima Sunčevog sistema. Posebno značajnu grupu čine asteroidi bliski Zemlji (ABZ), čije ih orbite dovode u blizinu Zemljine orbite. Asteroidi pokazuju veliki raspon veličina, sastava, oblika i rotacionih svojstava, zbog čega predstavljaju važne objekte za proučavanje fizičke i dinamičke evolucije malih tela, kao i za razumevanje procesa koji su oblikovali Sunčev sistem tokom njegove istorije.

Za razliku od velikih planetarnih tela, asteroidi uglavnom nemaju atmosferu koja bi značajno uticala na razmenu energije između površine i okoline. Njihove površine su zato neposredno izložene Sunčevom zračenju. Deo primljene energije se reflektuje, dok se apsorbirana energija delom provodi u potpovršinske slojeve, a delom ponovo emituje u obliku termalnog infracrvenog zračenja. Način na koji se ovaj proces odvija zavisi od fizičkih i termofizičkih svojstava površine, kao što su albedo, emisivnost, termalna inercija i hrapavost, ali i od oblika tela i njegovog rotacionog stanja. Posebno su interesantni mali asteroidi i asteroidi bliski Zemlji, kod kojih termofizička svojstva površine mogu uticati ne samo na posmatranu termalnu emisiju već i na dugoročnu orbitalnu evoluciju kroz delovanje negravitacionih efekata.

Proučavanje termofizičkih svojstava asteroida ima značajnu ulogu u određivanju njihove veličine i karakteristika površine, kao i u razumevanju procesa koji utiču na njihovu fizičku i dinamičku evoluciju (Delbo i dr. 2015; Harris i Lagerros 2002). Termalna infracrvena posmatranja omogućavaju neposredno proučavanje energije koju asteroid emituje kao posledicu zagrevanja Sunčevim zračenjem. Posmatrani

termalni fluks zavisi od veličine tela, geometrije posmatranja i površinske raspodele temperature. Zbog toga interpretacija infracrvenih posmatranja zahteva odgovarajući model koji povezuje izmereni fluks sa fizičkim parametrima asteroida (Harris i Lagerros 2002; Müller 2007).

Prvi radiometrijski modeli asteroida zasnivali su se na idealizovanoj geometriji i pojednostavljenim pretpostavkama o raspodeli površinske temperature. Uprkos tome, ovi modeli omogućili su prve sistemske procene prečnika i albeda asteroida na osnovu infracrvenih posmatranja (Lebofsky, Veeder i dr. 1978; Lebofsky, Sykes i dr. 1986; Harris 1998). Njihova primena je, međutim, ograničena u slučajevima u kojima termalna inercija, nepravilni oblik tela, stanje rotacije ili površinska hrapavost značajno utiču na raspodelu temperature. Razvoj kvalitetnijih infracrvenih posmatranja zato je bio praćen razvojem detaljnijih termofizičkih modela, koji omogućavaju eksplicitno modelovanje prostorne i vremenske raspodele temperature na površini asteroida (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015).

Za razliku od jednostavnih termalnih modela, termofizički modeli eksplicitno rešavaju jednačinu provođenja toplote u potpovršinskim slojevima uz odgovarajući energetski balans na površini. Na taj način vremenska evolucija temperature proizilazi iz fizičkih svojstava površinskog materijala i njegovog odgovora na promenljivu osunčanost tokom rotacije asteroida. Takav pristup omogućava modelovanje dnevnih temperaturnih oscilacija i faznog kašnjenja maksimuma temperature u odnosu na maksimum osunčanosti, kao i uticaja oblika, stanja rotacije i površinske hrapavosti na termalnu emisiju (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015). Poređenjem modelovanog i posmatranog infracrvenog fluksa moguće je zatim ograničiti različite fizičke parametre asteroida, među kojima su prečnik, albedo i termalna inercija (Müller 2007).

Termofizičko modelovanje ima značajnu primenu i izvan neposredne interpretacije infracrvenih posmatranja. Neuniformna raspodela površinske temperature dovodi do asimetrične emisije termalnog zračenja i nastanka veoma malih sila i momenata sila koji, delujući tokom dugih vremenskih intervala, mogu menjati orbitalno i rotaciono stanje asteroida. Ovi procesi predstavljaju osnovu efekta Jarkovskog i JORP efekta (Bottke i dr. 2006; Vokrouhlický i dr. 2015). Efekat Jarkovskog dovodi do sekularne promene velike poluose orbite, dok JORP utiče na brzinu rotacije i orijentaciju ose rotacije. Ova veza između termalnog stanja površine i dinamičke evolucije posebno je relevantna za ovaj rad, jer je jedan od razmatranih modela, NUM-YARKO, razvijen za numeričko izračunavanje efekta Jarkovskog. Detaljniji opis ovih efekata dat je u odeljku 4.1, nakon uvođenja fizičkih osnova termofizičkog

modelovanja.

Glavni cilj ovog rada je međusobno poređenje tri termofizička modela: THERMOPS (Delbo 2004), TEMPEST (Lyster i dr. 2025) i NUM-YARKO (D. Marčeta i dr. 2025). Iako se sva tri modela zasnivaju na istim osnovnim fizičkim procesima zagrevanja, termalne emisije i provođenja toplote, razlikuju se u načinu numeričkog rešavanja termofizičkog problema i njegovoj implementaciji. Cilj poređenja nije određivanje apsolutne pouzdanosti pojedinačnog modela, već ispitivanje stepena njihove međusobne saglasnosti i utvrđivanje uslova u kojima razlike između njihovih rezultata postaju značajne.

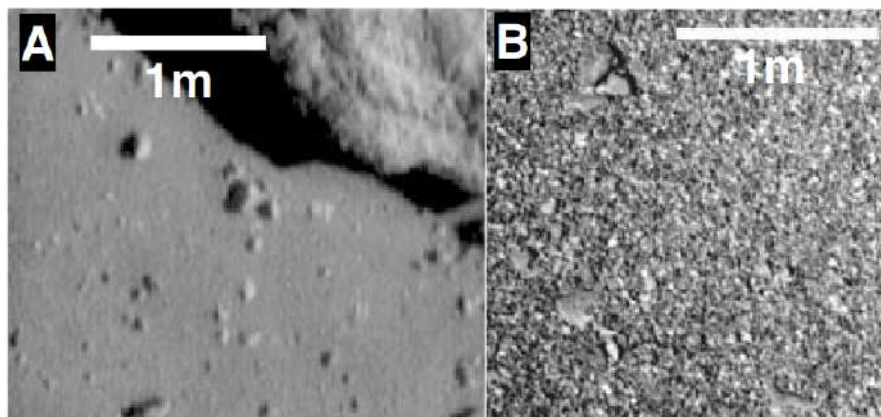
U tu svrhu sva tri modela primenjena su na zajednički, kontrolisani test problem sa istim fizičkim i geometrijskim ulaznim parametrima. Kao osnovni model tela korišćena je sfera prečnika 100 m, dok su sistematski menjani period rotacije i termalna inercija površine. Poređenjem dobijenih temperaturnih polja ispituje se kako međusobna odstupanja modela zavise od termalnog režima površine i u kojoj meri se mogu povezati sa razlikama u njihovom numeričkom pristupu. Posebna pažnja posvećena je ekstremnim režimima veoma brze i veoma spore rotacije, kao i visokim vrednostima termalne inercije, kod kojih razlike između pojedinačnih numeričkih pristupa mogu postati izraženije.

Glava 2

Termofizičke karakteristike površine asteroida

Površine asteroida predstavljaju složene i heterogene sredine nastale dugotrajnim delovanjem različitih fizičkih procesa, uključujući udare mikrometeorita, termalno pucanje materijala i procese svemirskog trošenja (*space weathering*) usled delovanja Sunčevog vetra i kosmičkog zračenja. Kao posledica ovih procesa, površinski slojevi mnogih asteroida prekriveni su regolitom, čija se struktura može značajno razlikovati od veoma finog i rastresitog materijala do površina na kojima dominiraju krupni blokovi i stene. Posmatranja iz neposredne blizine tokom svemirskih misija ka asteroidima Itokawa, Ryugu i Bennu pokazala su veliku raznovrsnost morfologije i strukture asteroidnih površina (Fujiwara, Mukai i dr. 2006; Watanabe i dr. 2019; Lauretta i dr. 2019).

Struktura površinskog materijala direktno utiče na njegova termofizička svojstva. Veličina čestica, poroznost, sastav materijala i karakteristike kontakata između pojedinačnih zrna utiču na efektivnu termalnu provodljivost regolita. Kod rastresitog regolita sa malim kontaktnim površinama između zrna provodni prenos toplote može biti veoma neefikasan, dok kompaktniji materijal i krupniji blokovi generalno omogućavaju efikasniji prenos energije u potpovršinske slojeve. Termalna provodljivost, zajedno sa gustinom i specifičnim toplotnim kapacitetom materijala, određuje termalnu inerciju površine. Površine male termalne inercije brzo reaguju na promene osunčanosti i pokazuju izraženije promene temperature tokom rotacije, dok površine veće termalne inercije sporije menjaju temperaturu, pri čemu se deo apsorbirane energije tokom osvetljenog dela rotacije skladišti u potpovršinskim slojevima i kasnije vraća ka površini.



Slika 2.1: Površinska struktura i termalna inercija asteroida. (A) Površina asteroida (433) Eros, snimljena tokom NASA misije NEAR Shoemaker, sa krupnozrnastim regolitom koji ima milimetarsku strukturu i termalnu inerciju od približno $150 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$ (Veverka i dr. 2001). (B) Površina asteroida (25143) Itokawa, snimljena tokom JAXA misije Hayabusa, sa šljunkovitim regolitom i termalnom inercijom od približno $750 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$ (Yano i dr. 2006).

Osnovni fizički parametri relevantni za termofizičko modelovanje asteroida su albedo, emisivnost, termalna provodljivost, gustina i specifični toplotni kapacitet. Termalna inercija predstavlja izvedenu veličinu koja objedinjuje uticaj termalne provodljivosti, gustine i specifičnog toplotnog kapaciteta. Na raspodelu temperature dodatno utiču geometrijski i dinamički parametri, pre svega oblik tela, period rotacije i orijentacija ose rotacije, kao i hrapavost površine. Ovi parametri zajednički određuju količinu apsorbovanog Sunčevog zračenja, transport toplote kroz potpovršinske slojeve i prostorno-vremensku raspodelu termalnog infracrvenog zračenja.

Asteroidne površine pokazuju širok raspon vrednosti ovih parametara, što odražava razlike u sastavu, veličini čestica, poroznosti i strukturi regolita. Zbog toga termofizički parametri, a naročito termalna inercija, mogu pružiti informacije o fizičkom stanju površinskog materijala koje nije moguće neposredno dobiti samo iz optičkih posmatranja.

2.1 Albedo

Albedo predstavlja jednu od osnovnih fotometrijskih karakteristika asteroida i ima direktnu ulogu u njegovom termalnom bilansu, jer određuje koji deo upadnog Sunčevog zračenja se reflektuje sa površine, a koji deo se apsorbuje i kasnije reemituje

2.1. ALBEDO

u obliku termalnog zračenja. U zavisnosti od načina na koji se definiše reflektovani fluks, koristi se nekoliko različitih vrsta albeda. Za termofizičko modelovanje posebno su značajni Bond i geometrijski albedo.

Bolometrijski Bond albedo A definiše se kao odnos ukupne energije reflektovane i rasejane sa površine u svim pravcima i na svim talasnim dužinama i ukupne energije upadnog Sunčevog zračenja. Njegova vrednost se kreće između 0 i 1. Deo Sunčevog zračenja koji asteroid apsorbuje proporcionalan je faktoru:

$$1 - A. \quad (2.1)$$

Zbog toga upravo Bond albedo ulazi u jednačinu energetskog bilansa površine. U najjednostavnijem slučaju ravnotežna temperatura zavisi od albeda približno kao:

$$T \propto (1 - A)^{1/4}, \quad (2.2)$$

pa je zavisnost temperature od albeda relativno slaba za tipične asteroidne površine sa malim vrednostima Bond albeda. Ipak, tačno poznavanje albeda ostaje važno za precizno određivanje količine apsorbovane Sunčeve energije.

Bond albedo se retko određuje neposredno iz posmatranja. Za opis refleksionih svojstava asteroida u vidljivom delu spektra obično se koristi geometrijski albedo p_V , koji se definiše kao odnos sjaja objekta posmatranog pri nultom faznom uglu i sjaja idealnog, potpuno difuzno reflektujućeg Lambertovog diska iste projektovane površine i na istoj udaljenosti. Indeks V označava da se albedo odnosi na standardni V fotometrijski opseg.

Fazni ugao α predstavlja ugao Sunce-asteroid-posmatrač i određuje deo osvetljene površine asteroida koji je vidljiv posmatraču. Kako se asteroid u realnim posmatranjima najčešće posmatra pri nenultom faznom uglu, njegov sjaj pri $\alpha = 0^\circ$ ne određuje se neposredno, već se dobija primenom odgovarajuće fazne funkcije, odnosno svođenjem posmatranog sjaja na nulti fazni ugao. Fazna funkcija opisuje promenu reflektovanog sjaja asteroida sa faznim uglom i najčešće je normirana tako da je njena vrednost na nultom faznom uglu jednaka jedinici. Posmatrana zavisnost sjaja, odnosno magnitude, od faznog ugla se naziva fazna kriva, dok fazna funkcija predstavlja matematički opis te zavisnosti.

Geometrijski i Bond albedo nisu iste fizičke veličine. U termalnom modelovanju asteroida Bond albedo se često procenjuje iz geometrijskog albeda u V fotometrijskom opsegu pomoću faznog integrala q (Bowell i dr. 1989):

$$A = qp_V. \quad (2.3)$$

Fazni integral q određen je faznom funkcijom i opisuje meru ukupne ugaone raspodele reflektovanog zračenja. U okviru standardnog H – G fotometrijskog sistema fazna funkcija je parametrizovana parametrom G , a odgovarajući fazni integral može se aproksimirati empirijskom relacijom (Bowell i dr. 1989):

$$q = 0.290 + 0.684G. \quad (2.4)$$

Parametar G opisuje oblik fazne krive i određuje se iz optičkih fotometrijskih posmatranja izvršenih pri različitim faznim uglovima. Kada njegova vrednost nije poznata, u klasičnom H – G sistemu često se koristi pretpostavljena vrednost $G = 0.15$, uz odgovarajuću dodatnu neizvesnost u proceni albeda.

Važna osobina geometrijskog albeda jeste njegova povezanost sa apsolutnom magnitudom H i prečnikom D asteroida, preko standardne relacije:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p_V}} 10^{-H/5}, \quad (2.5)$$

gde je D izražen u kilometrima. Ova relacija pokazuje da apsolutna magnituda sama po sebi ne omogućava nezavisno određivanje veličine i albeda: isti H može odgovarati manjem asteroidu sa većim albedom ili većem asteroidu sa manjim albedom. Kombinovanjem optičkih podataka sa termalnim infracrvenim posmatranjima moguće je razdvojiti ovu degeneraciju i istovremeno proceniti prečnik i geometrijski albedo asteroida, što predstavlja jednu od osnovnih primena termalnih modela opisanih u narednom poglavlju.

2.2 Emisivnost

Emisivnost predstavlja sposobnost površine da emituje termalno zračenje u poređenju sa idealnim crnim telom iste temperature. Označava se simbolom ϵ i za realne površine ima vrednosti između 0 i 1. U termofizičkim modelima emisivnost direktno ulazi u izraz za energiju koju površina emituje u obliku termalnog zračenja. Ukupan emitovani fluks po jedinici površine dat je Stefan–Bolcmanovim zakonom

$$F_{\text{emit}} = \epsilon \sigma T^4, \quad (2.6)$$

gde je σ Stefan–Bolcmanova konstanta, a T temperatura površine.

U opštem slučaju emisivnost može zavisiti od talasne dužine, pa se razlikuju spektralna emisivnost ϵ_λ i bolometrijska emisivnost, koja predstavlja efektivnu vrednost integrisanu preko talasnih dužina termalne emisije. U termofizičkim modelima asteroida često se koristi aproksimacija konstantne bolometrijske emisivnosti, čime se pojednostavljuje izračunavanje energetskog bilansa (Delbo i dr. 2015). Vrednost emisivnosti korišćena u numeričkim simulacijama ovog rada navedena je zajedno sa ostalim ulaznim parametrima u odgovarajućem poglavlju.

Za razliku od albeda, koji određuje koji deo Sunčevog zračenja površina apsorbuje, emisivnost određuje efikasnost kojom zagrejana površina tu energiju ponovo emituje u infracrvenom delu spektra. Zbog toga se oba parametra pojavljuju u jednačini energetskog bilansa površine asteroida.

2.3 Termalna inercija

Termalna inercija je jedna od najvažnijih veličina koje opisuju termalni odgovor asteroidne površine. Ona predstavlja meru otpornosti materijala na promenu temperature, odnosno određuje koliko brzo površina reaguje na promene primljenog Sunčevog zračenja. Definiše se kao:

$$\Gamma = \sqrt{\kappa \rho C}, \quad (2.7)$$

gde je κ termalna provodljivost materijala, ρ njegova gustina, a C specifični toplotni kapacitet. Jedinica termalne inercije je $\text{J m}^{-2} \text{K}^{-1} \text{s}^{-1/2}$ (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015).

Materijali male termalne inercije brzo se zagrevaju nakon izlaska Sunca i brzo hlade nakon zalaska, pa njihove površinske temperature relativno dobro prate trenutnu osunčanost. Nasuprot tome, kod materijala velike termalne inercije značajniji deo apsorbovane energije provodi se u potpovršinske slojeve i kasnije vraća ka površini. Posledica su manje amplitude dnevnih temperaturnih promena i fazno kašnjenje maksimalne temperature u odnosu na trenutak maksimalne osunčanosti. Termalna inercija je zbog toga povezana sa fizičkom strukturom površinskog materijala i može pružiti informacije o svojstvima regolita, veličini čestica, poroznosti i prisustvu kompaktnijih stena i blokova (Delbo i dr. 2015).

Sa provođenjem toplote povezana je i termalna difuzivnost,

$$\alpha_{\text{th}} = \frac{\kappa}{\rho C}, \quad (2.8)$$

2.3. TERMALNA INERCIJA

koja ima jedinicu m^2s^{-1} . Dok termalna inercija opisuje odgovor površine na promenljivi toplotni fluks, termalna difuzivnost karakteriše brzinu kojom se temperaturna promena prostire kroz materijal (Carslaw i Jaeger 1959). Ove dve veličine zato opisuju različite, ali međusobno povezane aspekte prenosa toplote.

Kod periodičnog zagrevanja izazvanog rotacijom asteroida, temperaturne oscilacije sa površine prodiru samo do ograničene dubine u potpovršinu. Dnevna termalna dubina prodora (*diurnal thermal skin depth*) definiše se kao:

$$l_d = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho C \omega}} = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{th}}}{\omega}} = \sqrt{\frac{\kappa P}{2\pi \rho C}}, \quad (2.9)$$

gde je

$$\omega = \frac{2\pi}{P} \quad (2.10)$$

ugaona brzina rotacije, a P period rotacije. Na dubini reda veličine l_d amplituda periodičnih temperaturnih promena značajno je smanjena, dok na dubinama od nekoliko termalnih dubina prodora dnevne temperaturne oscilacije praktično nestaju. Termalna dubina prodora raste sa povećanjem termalne difuzivnosti i perioda rotacije, dok se smanjuje kod brže rotacije (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015).

Ova veličina ima i neposredan numerički značaj. Prilikom termofizičkog modelovanja dubina potpovršinske mreže mora biti dovoljno velika da donja granica modela bude izvan oblasti u kojoj su dnevne temperaturne oscilacije značajne. Zbog toga se dubina numeričke mreže obično izražava u jedinicama termalne dubine prodora.

Uticaj termalne inercije ne može se, međutim, razmatrati nezavisno od perioda rotacije. Ista vrednost Γ može proizvesti veoma različit temperaturni odgovor kod asteroida koji rotiraju različitim brzinama. Ova sprega može se opisati bezdimenzi-onim termalnim parametrom:

$$\Theta = \frac{\Gamma \sqrt{\omega}}{\epsilon \sigma T_{\text{SS}}^3}, \quad (2.11)$$

gde je T_{SS} karakteristična subsolarna temperatura, a ostale veličine imaju prethodno definisana značenja (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015).

Za male vrednosti Θ površina brzo reaguje na promene osunčanosti. Temperaturni maksimum tada se nalazi relativno blizu lokalnog podneva, a razlika između dnevnih i noćnih temperatura može biti velika. Sa povećanjem Θ provođenje toplote postaje značajnije u odnosu na vremensku skalu rotacije, temperaturne oscilacije se smanjuju, a maksimum temperature se sve više pomera iza lokalnog podneva.

Termalni parametar tako objedinjuje uticaj termalne inercije, perioda rotacije i karakteristične temperature površine.

Ova veza je posebno važna za numeričke eksperimente razmatrane u ovom radu, u kojima se sistematski menjaju i termalna inercija i period rotacije. Njihov uticaj na raspodelu površinske temperature zato se ne može u potpunosti razumeti posmatranjem samo jednog od ova dva parametra.

2.4 Oblik i stanje rotacije

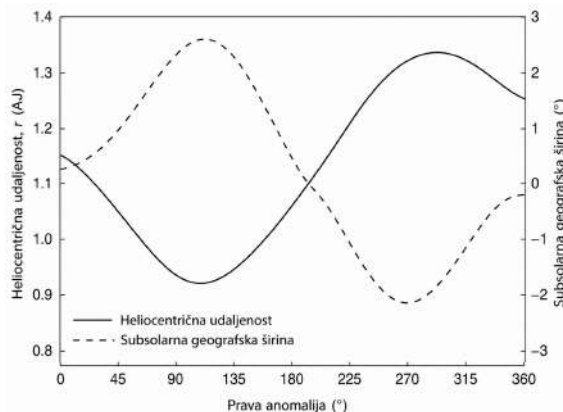
Pored termofizičkih svojstava materijala, raspodela temperature na površini asteroida zavisi od oblika tela i njegovog stanja rotacije. Ovi parametri određuju kako se upadni ugao Sunčevog zračenja menja sa položajem na površini i vremenom, a samim tim i prostornu i vremensku raspodelu apsorbovane energije.

Period rotacije P određuje vremensku skalu dnevnog ciklusa zagrevanja i hlađenja. Kod brzo rotirajućih asteroida svaki element površine provodi relativno kratko vreme na dnevnoj i noćnoj strani, pa površina ima manje vremena da se tokom jedne rotacije značajno zagreje ili ohladi. Kod sporije rotacije pojedini delovi površine ostaju duže izloženi Sunčevom zračenju i mogu se približiti lokalnoj radijativnoj ravnoteži. Zbog toga uticaj perioda rotacije mora biti razmatran zajedno sa termalnom inercijom, kao što je opisano preko termalnog parametra Θ .

Orijentacija ose rotacije određuje raspodelu osunčanosti sa geografskom širinom i njen razvoj tokom orbitalnog perioda. Kod malog nagiba ose u odnosu na normalu orbitalne ravni izražena je dnevna promena osunčanosti, dok pri velikom nagibu ose pojedine oblasti mogu tokom dela orbite ostati dugo osvetljene ili dugo u senci. Na taj način orijentacija ose rotacije kontroliše relativni značaj dnevnih i sezonskih temperaturnih promena (Delbo i dr. 2015). Smer rotacije, odnosno direktna ili retrogradna rotacija, postaje posebno važan pri izračunavanju negravitacionih efekata kao što je efekat Jarkovskog.

Primer promene subsolarne geografske širine tokom orbitalnog perioda prikazan je na slici 2.2 za asteroid (101955) Bennu.

Oblik asteroida dodatno utiče na termalno polje jer realna tela mogu znatno odstupati od idealne sfere. Lokalni ugao pod kojim Sunčevo zračenje pada na površinu zavisi od orijentacije normale na svaki njen element. Kod nepravilnih oblika susedni delovi površine mogu biti različito osvetljeni, dok konkavne oblasti mogu dovesti i



Slika 2.2: Promena heliocentrične udaljenosti i subsolarne geografske širine asteroida (101955) Bennu u funkciji prave anomalije tokom jednog orbitalnog perioda. Prilagođeno prema (B. Rozitis i dr. 2020).

do međusobnog zasenjivanja. Kao posledica toga, dva elementa površine na sličnoj geografskoj širini ne moraju imati istu istoriju zagrevanja niti istu temperaturu.

U termofizičkim modelima oblik tela se zato obično predstavlja poligonalnom mrežom sastavljenom od velikog broja površinskih elemenata, odnosno pločica. Za svaku pločicu određuje se trenutna geometrija u odnosu na Sunce i posmatrača, a zatim se izračunava njena temperatura i doprinos ukupnom termalnom fluksu. Ovaj pristup omogućava primenu istog fizičkog modela kako na idealizovane sfere i elipsoide, tako i na realistične modele oblika dobijene iz fotometrijskih, radarskih ili podataka svemirskih misija (Delbo i dr. 2015).

2.5 Površinska hrapavost i termalni beaming

Realne asteroidne površine nisu glatke. Krateri, stene, nagibi i druge neravnine menjaju lokalnu geometriju osvetljenja i termalne emisije na prostornim skalama koje osnovni model oblika često ne opisuje eksplicitno. Ovakva površinska hrapavost utiče na raspodelu temperature kroz nekoliko povezanih procesa: promenu lokalnog ugla upada Sunčevog zračenja, međusobno zasenjivanje, višestruko rasejanje Sunčevog zračenja i apsorpciju termalnog zračenja emitovanog sa susednih delova površine (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015).

Zbog različite orijentacije elemenata hrapave površine, pojedini nagibi koji su povoljnije okrenuti prema Suncu mogu dostići više temperature od okolne površine. Istovremeno, zasenjeni delovi ostaju hladniji, dok višestruko rasejanje Sunčevog

zračenja i radijativna razmena između susednih elemenata mogu doprineti njihovom dodatnom zagrevanju. Posledica je promena ne samo lokalne raspodele temperature, već i zavisnosti ukupnog termalnog fluksa od pravca posmatranja.

Ova pojava poznata je kao termalni *beaming*. Ona ne predstavlja dodatni izvor energije, već posledicu neuniformne temperature i geometrije hrapave površine, zbog kojih termalni fluks postaje usmereniji nego u slučaju idealizovane glatke površine. Efekat je posebno značajan pri određenim geometrijama posmatranja i mora se uzeti u obzir pri preciznoj interpretaciji infracrvenih posmatranja (Lagerros 1996; Ben Rozitis i Green 2013).

U jednostavnijim termalnim modelima uticaj ovih procesa ne modeluje se eksplicitno, već se uvodi efektivni parametar zračenja, odnosno *beaming* parametar η . On menja karakterističnu temperaturu modela i na taj način empirijski obuhvata odstupanja od idealizovane temperaturne raspodele. Važno je naglasiti da η nije direktna mera površinske hrapavosti. Njegova vrednost predstavlja efektivni parametar koji može odražavati kombinovani uticaj površinske hrapavosti, termalne inercije, brzine rotacije, orijentacije ose rotacije i geometrije posmatranja (Harris 1998).

U detaljnijim termofizičkim modelima površinska hrapavost može se modelovati eksplicitno. Jedan od često korišćenih pristupa predstavlja male neravnine pomoću hemisferičnih kratera, unutar kojih se izračunavaju senčenje, višestruko rasejanje Sunčevog zračenja i međusobna apsorpcija termalnog zračenja. Na taj način se termalni *beaming* dobija kao posledica modelovane fizike površine, a ne samo preko jednog empirijskog parametra (Lagerros 1996; Delbo i dr. 2015). Ovakav pristup biće detaljnije opisan u poglavlju o termofizičkim modelima.

Glava 3

Termalni modeli

Termalna infracrvena posmatranja predstavljaju jedan od osnovnih načina za određivanje veličine i albeda asteroida. Za razliku od reflektovanog zračenja u vidljivom delu spektra, intenzitet termalne emisije neposredno zavisi od površine tela koje emituje zračenje. Međutim, za određivanje veličine asteroida iz izmerenog termalnog fluksa potrebno je poznavati raspodelu temperature na njegovoj površini. Upravo ovu vezu između fizičkih parametara asteroida, raspodele površinske temperature i posmatranog infracrvenog fluksa obezbeđuju termalni modeli (Harris i Lagerros 2002).

Radiometrijska metoda kombinuje termalna infracrvena posmatranja sa optičkom apsolutnom magnitudom H . Kao što je pokazano jednačinom 2.5, apsolutna magnituda povezuje efektivni prečnik D i geometrijski albedo p_V , tako da optički podaci sami ne omogućavaju njihovo nezavisno određivanje. Sa druge strane, termalni infracrveni fluks približno raste sa projektovanom površinom tela, odnosno sa D^2 , pa termalna merenja prvenstveno ograničavaju veličinu asteroida. Dobijeni prečnik se zatim, zajedno sa apsolutnom magnitudom H , može koristiti za određivanje geometrijskog albeda preko relacije 2.5.

Za poznatu raspodelu površinske temperature, spektralni fluks koji posmatrač registruje dobija se integracijom termalne emisije svih vidljivih elemenata površine. Planckova funkcija $B_\lambda(T)$, koja opisuje specifični intenzitet zračenja crnog tela po jedinici talasne dužine, data je izrazom

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}, \quad (3.1)$$

gde su h Planckova konstanta, c brzina svetlosti i k_B Bolcmanova konstanta. Za

Lambertovsku termalnu emisiju modelovani fluks može se u opštem obliku zapisati kao

$$F_\lambda = \frac{\epsilon}{\Delta^2} \int_{S_{\text{vis}}} B_\lambda(T) \mu dS, \quad (3.2)$$

gde je Δ udaljenost asteroida od posmatrača, a μ kosinus ugla između normale na element površine i pravca ka posmatraču, pri čemu se integracija vrši preko svih elemenata površine vidljivih posmatraču. Različiti termalni modeli razlikuju se prvenstveno u pretpostavljenoj raspodeli temperature T i načinu na koji tretiraju rotaciju, termalnu inerciju, fazni ugao i površinsku hrapavost.

U ovom radu razmatraju se tri klasična jednostavna termalna modela: Standardni termalni model (STM; (Lebofsky, Sykes i dr. 1986)), Brzo rotirajući model (FRM; (Lebofsky, Veeder i dr. 1978)) i Termalni model asteroida bliskih Zemlji (NEATM; (Harris 1998)). Sva tri modela koriste pojednostavljene, unapred zadate raspodele površinske temperature i, za razliku od termofizičkih modela opisanih u narednom poglavlju, ne rešavaju eksplicitno jednačinu provođenja toplote.

Za poređenje modelovanih i posmatranih flukseva može se koristiti funkcija

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{F_{\lambda_i}^{\text{obs}} - F_{\lambda_i}^{\text{mod}}}{\sigma_i} \right]^2, \quad (3.3)$$

gde je σ_i neizvesnost posmatranog fluksa na talasnoj dužini λ_i . Osnovni radio-metrijski postupak može se predstaviti sledećim koracima:

1. izabere se početna vrednost geometrijskog albeda p_V ;
2. iz poznate vrednosti H izračuna se odgovarajući prečnik D ;
3. iz p_V i faznog integrala određuje se Bond albedo A ;
4. pomoću izabranog termalnog modela računa se raspodela temperature preko površine;
5. iz temperaturne raspodele računa se modelovani termalni fluks i poredi sa posmatranim vrednostima;
6. parametri se menjaju dok se ne dostigne minimum funkcije χ^2 .

Kod NEATM-a se, kada posmatranja na više talasnih dužina to omogućavaju, zajedno sa p_V menja i parametar zračenja η .

3.1 Standardni termalni model – STM

Standardni termalni model predstavlja jedan od najranije i najšire korišćenih radiometrijskih modela asteroida. Razvijen je prvenstveno za velike asteroide glavnog pojasa, čije površine imaju relativno malu termalnu inerciju i koji se sa Zemlje obično posmatraju pri malim faznim uglovima (Lebofsky, Sykes i dr. 1986; Harris i Lagerros 2002).

Osnovna pretpostavka STM-a jeste da asteroid ima sferni oblik i da je svaki element osvetljene površine u trenutnoj ravnoteži između apsorbovanog Sunčevog zračenja i emitovane termalne energije. Provođenje toplote u potpovršinu se zanemaruje, što odgovara graničnom slučaju veoma male termalne inercije. Zbog ove pretpostavke površinska temperatura u svakom trenutku zavisi samo od lokalne osunčanosti; period i smer rotacije ne ulaze eksplicitno u model.

Temperatura je maksimalna u subsolarnoj tački. U parametrizovanom obliku karakteristična subsolarna temperatura data je izrazom

$$T_{\text{ss}} = \left[\frac{S_{\odot}(1 - A)}{\eta \epsilon \sigma r^2} \right]^{1/4}, \quad (3.4)$$

gde je $S_{\odot}$ solarna konstanta na 1 AJ, r heliocentrična udaljenost izražena u AJ, A Bond albedo, ϵ emisivnost, a σ Stefan–Bolcmanova konstanta.

U idealnom modelu trenutne lokalne radijativne ravnoteže odgovaralo bi $\eta = 1$. U tzv. refiniranom STM-u koristi se fiksna vrednost $\eta = 0.756$, koja je uvedena empirijski kako bi model bolje reprodukovao termalni fluks i poznate prečnike velikih asteroida glavnog pojasa (Lebofsky, Sykes i dr. 1986). Parametar η na taj način efektivno koriguje temperaturu zbog termalnog *beaming* efekta koji nije eksplicitno modelovan.

Ako je ζ ugao između normale na posmatrani element površine i pravca ka Suncu, odnosno ugaona udaljenost tog elementa od subsolarne tačke na sfernoj površini, raspodela temperature na dnevnoj hemisferi je

$$T(\zeta) = T_{\text{ss}} \cos^{1/4} \zeta, \quad 0 \leq \zeta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (3.5)$$

U okviru STM pretpostavke trenutne lokalne radijativne ravnoteže, temperatura na terminatoru pada na nulu, dok se termalna emisija sa noćne hemisfere zanemaruje, odnosno formalno se uzima $T = 0$.

STM je prvobitno definisan za fazni ugao $\alpha = 0^\circ$. Kako se realna posmatranja obično vrše pri nenultim faznim uglovima, u refiniranom modelu uvedena je empi-

rijska infracrvena fazna korekcija. Za relativno male fazne uglove infracrvena fazna kriva može se aproksimirati linearnom relacijom

$$m_\lambda(\alpha) = m_\lambda(0) + \beta_E |\alpha|, \quad (3.6)$$

gde je približna vrednost faznog koeficijenta

$$\beta_E \simeq 0.01 \text{ mag deg}^{-1}. \quad (3.7)$$

Ova korekcija je kalibrisana prvenstveno za velike asteroide glavnog pojasa i fazne uglove do približno 30° . Zbog toga njena primena postaje problematična kod asteroida bliskih Zemlji, koji se često posmatraju pri znatno većim faznim uglovima.

STM daje dobre radiometrijske rezultate kada su stvarne termalne karakteristike asteroida bliske njegovim pretpostavkama, odnosno kada je termalna inercija relativno mala i fazni ugao posmatranja nije veliki. Kod malih asteroida, kod kojih termalna inercija može biti značajnija, pretpostavka trenutne termalne ravnoteže može dovesti do sistematskih grešaka u proceni prečnika i albeda (Harris i Lagerros 2002).

3.2 Model brzo rotirajućeg asteroida – FRM

Brzo rotirajući model (*Fast Rotating Model*, FRM), poznat i kao izotermni model po geografskoj širini (*iso-latitude model*), predstavlja približno suprotan granični slučaj u odnosu na STM (Lebofsky, Veeder i dr. 1978). Namenjen je telima sa veoma brзом rotacijom i/ili velikom termalnom inercijom, kod kojih se apsorbovana Sunčeva energija efektivno usrednjava tokom rotacije, tako da temperatura zavisi prvenstveno od geografske širine, a ne od lokalnog Sunčevog vremena.

Osnovna pretpostavka FRM-a jeste da je temperaturna raspodela konstantna duž svake geografske širine. Drugim rečima, temperatura ne zavisi od geografske dužine, odnosno od lokalnog Sunčevog vremena, već samo od geografske širine. U ovom graničnom režimu nema izraženog dnevno-noćnog temperaturnog ciklusa na datoj širini, a termalna emisija potiče i sa noćne hemisfere.

U standardnoj formulaciji FRM pretpostavlja sferno telo čija je osa rotacije normalna na ravan koja sadrži asteroid, Sunce i posmatrača. Energija koju prsten određene geografske širine apsorbuje tokom osvetljenog dela rotacije usrednjava se preko čitave rotacije.

Karakteristična maksimalna, odnosno ekvatorijalna temperatura tada je

$$T_{\text{FRM}} = \left[\frac{S_{\odot}(1 - A)}{\pi \epsilon \sigma r^2} \right]^{1/4}. \quad (3.8)$$

Faktor π u izrazu za T_{FRM} proizilazi iz usrednjavanja apsorbovanog Sunčevog fluksa tokom cele rotacije duž prstena zadate geografske širine, što daje srednju insolaciju proporcionalnu faktoru $1/\pi$.

U poređenju sa izrazom 3.4, temperaturno skaliranje FRM-a formalno odgovara vrednosti

$$\eta = \pi. \quad (3.9)$$

Ovo poređenje odnosi se samo na skalu karakteristične temperature; prostorna raspodela temperature u FRM-u drugačija je od one u STM-u.

Ako je θ geografska širina, temperatura površine data je izrazom

$$T(\theta) = T_{\text{FRM}} \cos^{1/4} \theta. \quad (3.10)$$

Maksimalna temperatura nalazi se na ekvatoru, dok se temperatura smanjuje prema polovima. Pošto temperatura ne zavisi od geografske dužine, model ne razlikuje dnevnu i noćnu stranu na istoj geografskoj širini.

Radiometrijski postupak određivanja D i p_V isti je kao kod STM-a, osim što se koristi temperaturna raspodela iz jednačine 3.10. U standardnom FRM-u ne primeњуje se dodatna empirijska fazna korekcija termalnog fluksa.

FRM je korisno posmatrati prvenstveno kao idealizovani granični slučaj veoma efikasne termalne redistribucije. Realni asteroidi se ne moraju nalaziti ni u STM ni u FRM granici, već mogu imati termalno ponašanje između ova dva režima. Ovo je posebno važno za asteroide bliske Zemlji, kod kojih ni STM ni FRM često ne reprodukuju zadovoljavajuće posmatranu spektralnu raspodelu termalne emisije.

3.3 Termalni model asteroida bliskih Zemlji – NEATM

Termalni model asteroida bliskih Zemlji (*Near-Earth Asteroid Thermal Model*, NEATM) razvio je Harris (Harris 1998) kako bi se prevazišla neka od ograničenja STM-a i FRM-a pri primeni na asteroide bliske Zemlji. Posmatranja su pokazala da

ni STM ni FRM u mnogim slučajevima ne mogu istovremeno kod ovih objekata da reprodukuju nivo i oblik spektralne raspodele termalne emisije na različitim talasnim dužinama.

NEATM zadržava nekoliko osnovnih pretpostavki STM-a. Asteroid se i dalje aproksimira sferom, a temperaturna raspodela dnevne hemisfere ima isti funkcionalni oblik kao kod trenutne radijativne ravnoteže. Noćna hemisfera takođe se smatra hladnom, odnosno njen doprinos termalnom fluksu se zanemaruje. NEATM, dakle, nije termofizički model i ne rešava jednačinu provođenja toplote.

Ključna razlika u odnosu na STM jeste tretman parametra η . Umesto fiksne vrednosti $\eta = 0.756$, u NEATM-u je η slobodan parametar koji se, kada postoje termalna posmatranja na više različitih talasnih dužina, određuje fitovanjem posmatrane spektralne raspodele.

Subsolarna temperatura ima isti parametrizovani oblik

$$T_{\text{ss}} = \left[\frac{S_{\odot}(1 - A)}{\eta \epsilon \sigma r^2} \right]^{1/4}. \quad (3.11)$$

Promena parametra η skalira celokupnu temperaturnu raspodelu kao

$$T \propto \eta^{-1/4}. \quad (3.12)$$

Prema tome, vrednosti $\eta < 1$ odgovaraju višoj karakterističnoj temperaturi od one dobijene za $\eta = 1$, dok $\eta > 1$ snižava temperaturnu skalu. Kao što je već diskutovano u odeljku o termalnom *beamingu*, η nije neposredna mera jednog fizičkog svojstva površine, već efektivni parametar koji može odražavati kombinovani uticaj termalne inercije, površinske hrapavosti, rotacije i geometrije posmatranja.

Koristeći isti lokalni solarni zenitni ugao ζ kao u STM-u, temperaturna raspodela može se kompaktno zapisati kao

$$T(\zeta) = T_{\text{ss}} [\max(0, \cos \zeta)]^{1/4}. \quad (3.13)$$

Za razliku od STM-a, NEATM ne svodi posmatrani fluks na fazni ugao od nula stepeni pomoću empirijskog linearnog faznog koeficijenta. Umesto toga, za stvarni fazni ugao α numerički se određuje deo osvetljene hemisfere koji je istovremeno vidljiv posmatraču, a modelovani fluks se računa integracijom

$$F_{\lambda} = \frac{\epsilon}{\Delta^2} \int_{S_{\text{vis}} \cap S_{\text{day}}} B_{\lambda}[T(\zeta)] \mu dS. \quad (3.14)$$

3.4. KARAKTERISTIKE I OGRANIČENJA JEDNOSTAVNIH TERMALNIH MODELA

Na ovaj način geometrija posmatranja ulazi neposredno u računanje modelovanog termalnog fluksa. To predstavlja važnu prednost pri primeni na asteroide bliske Zemlji, koji se često posmatraju pri velikim faznim uglovima.

Da bi se parametar η mogao nezavisno odrediti, potrebno je dovoljno dobro uzorovati oblik termalnog kontinuuma na više talasnih dužina. Ako su dostupna samo jedno ili dva bliska infracrvena merenja, η se ne može pouzdano izvesti iz spektralnog fita i mora se usvojiti neka pretpostavljena vrednost ili empirijska relacija. U tom slučaju povećava se zavisnost rezultata od pretpostavki modela.

Kada podaci omogućavaju fitovanje parametra η , termalna infracrvena merenja prvenstveno ograničavaju prečnik D i temperaturnu skalu modela, pri čemu parametar η prvenstveno kontroliše oblik, odnosno karakterističnu temperaturu modelovane termalne spektralne raspodele. Geometrijski albedo p_V zatim se određuje kombinovanjem dobijenog prečnika sa apsolutnom magnitudom H preko relacije 2.5. Tačnost izvedenog albeda zato neposredno zavisi od pouzdanosti usvojene vrednosti apsolutne magnitude H .

NEATM je fleksibilniji od STM-a i FRM-a, ali i dalje koristi pojednostavljenu temperaturnu raspodelu. Posebno, provođenje toplote kroz potpovršinu, stvarna noćna emisija, detaljan oblik tela i površinska hrapavost nisu fizički rešeni, već se njihov zbirni uticaj delimično apsorbuje kroz parametar η . Zbog toga NEATM predstavlja važan međukorak između jednostavnih radiometrijskih modela i detaljnih termofizičkih modela.

3.4 Karakteristike i ograničenja jednostavnih termalnih modela

STM i FRM mogu se posmatrati kao dva idealizovana granična slučaja termalnog ponašanja asteroidne površine. STM odgovara površini zanemarljive termalne inercije, kod koje temperatura trenutno prati lokalnu osunčanost i noćna strana ne emituje. FRM predstavlja suprotan režim veoma brze rotacije i/ili velike termalne inercije, u kome je temperatura praktično izjednačena po longitudama i značajna termalna emisija postoji i na noćnoj strani.

NEATM zadržava STM-u sličan oblik dnevne temperaturne raspodele, ali omogućava da se temperaturna skala prilagodi posmatranom termalnom kontinuumu pomoću slobodnog parametra η i eksplicitno uzima u obzir geometriju posmatranja pri nenultom faznom uglu.

3.4. KARAKTERISTIKE I OGRANIČENJA JEDNOSTAVNIH TERMALNIH MODELA

Zajedničko ograničenje sva tri modela jeste to što ne rešavaju vremenski zavisnu jednačinu provođenja toplote. Zbog toga termalna inercija, fazno kašnjenje temperature, zagrevanje noćne strane, složeni oblik i površinska hrapavost nisu u njima opisani na potpuno fizički konzistentan način. Potreba za eksplicitnim uključivanjem ovih procesa predstavlja osnovnu motivaciju za termofizičke modele opisane u narednom poglavlju.

Glava 4

Termofizički modeli

Termofizičko modelovanje asteroida predstavlja numerički pristup rešavanju problema raspodele temperature na i ispod površine asteroida, uzimajući u obzir oblik tela, stanje rotacije, zagrevanje Sunčevim zračenjem i termalne osobine materijala (Delbo i dr. 2015). Za razliku od jednostavnih termalnih modela, koji koriste unapred pretpostavljenu raspodelu površinske temperature, termofizički modeli eksplicitno rešavaju jednačinu provođenja toplote u potpovršinskom sloju, čime omogućavaju dosledno uključivanje termalne inercije i vremenske evolucije temperature (Lagerros 1996).

Termofizički, kao i jednostavni termalni modeli opisani u prethodnom poglavlju, mogu se koristiti za određivanje fizičkih i termalnih karakteristika asteroida na osnovu njihove infracrvene emisije. Potreba za razvojem termofizičkih modela proistekla je iz činjenice da idealizovana raspodela temperature nije dovoljna za opisivanje svih asteroidnih površina. Rana termalna posmatranja Meseca već su pokazala značaj niske termalne provodljivosti regolita i površinske hrapavosti za raspodelu temperature i zavisnost posmatrane termalne emisije od geometrije posmatranja. Termofizički modeli zato, umesto uvođenja efektivnih korekcija kao kod jednostavnih termalnih modela, nastoje da relevantne fizičke procese opišu eksplicitno.

Osnovu termofizičkog modela čini zakon održanja energije na elementu površine. Lokalna temperatura određena je ravnotežom između apsorbovanog Sunčevog zračenja, emitovanog infracrvenog zračenja i provođenja toplote kroz potpovršinske slojeve (Spencer i dr. 1989).

Koristeći lokalni solarni zenitni ugao ζ , definisan u prethodnom poglavlju, apsorbovani Sunčev fluks može se zapisati kao

$$F_{\odot, \text{abs}} = (1 - A) \frac{S_{\odot}}{r^2} \max(0, \cos \zeta), \quad (4.1)$$

gde je A Bond albedo, $S_{\odot}$ solarna konstanta na 1 AJ, a r heliocentrična udaljenost izražena u AJ (Delbo i dr. 2015). Funkcija $\max(0, \cos \zeta)$ obezbeđuje da direktno Sunčevo zračenje doprinosi energetsom bilansu samo na osvetljenom delu površine.

Emisija infracrvenog zračenja sa površine opisana je Stefan–Bolcmanovim zakonom

$$F_{\text{emit}} = \epsilon \sigma T^4, \quad (4.2)$$

gde je ϵ emisivnost, σ Stefan–Bolcmanova konstanta, a T lokalna temperatura površine. Emisivnost i njena uloga u energetsom bilansu detaljnije su opisane u prethodnom poglavlju.

Ako koordinata z raste od površine ka unutrašnjosti tela, ukupni energetski balans na površini može se zapisati kao

$$(1 - A) \frac{S_{\odot}}{r^2} \max(0, \cos \zeta) = \epsilon \sigma T^4 - \kappa \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (4.3)$$

gde poslednji član opisuje provođenje toplote između površine i potpovršinskih slojeva, a κ predstavlja termalnu provodljivost materijala (Lagerros 1996). Ovaj izraz predstavlja nelinearni granični uslov na površini, prvenstveno zbog zavisnosti termalne emisije od T^4 .

U standardnoj jednodimenzionalnoj formulaciji termofizičkih modela, temperaturna raspodela u potpovršinskom sloju opisuje se jednodimenzionalnom jednačinom provođenja toplote. Pretpostavlja se da je provođenje toplote dominantno u pravcu lokalne normale na površinu, dok se lateralno provođenje obično zanemaruje. Za konstantne vrednosti κ , ρ i C jednačina ima oblik

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (4.4)$$

gde je ρ gustina materijala, C specifični toplotni kapacitet, a t vreme (Delbo i dr. 2015). Ova parcijalna diferencijalna jednačina rešava se numerički zajedno sa nelinearnim graničnim uslovom na površini.

Opravdanost jednodimenzionalne aproksimacije povezana je sa malom termalnom dubinom prodora u odnosu na karakteristične dimenzije asteroida i njegovih površinskih elemenata. Dnevna termalna dubina prodora l_d , kao i bezdimenzioni

termalni parametar Θ , definisani su u prethodnom poglavlju. Prva veličina određuje karakterističnu dubinu do koje prodiru periodične temperaturne promene, dok Θ opisuje odnos između termalnog odziva površine i vremenske skale rotacije.

Na dovoljno velikoj dubini dnevne temperaturne oscilacije postaju zanemarljive. Zbog toga se donji granični uslov numeričkog modela obično postavlja na dubini $z_{\max}$ od nekoliko termalnih dubina prodora i definiše kao

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=z_{\max}} = 0. \quad (4.5)$$

Ovaj uslov znači da na donjoj granici modelovanog potpovršinskog sloja nema značajnog vremenski promenljivog toka toplote.

Numeričko rešavanje jednačine provođenja toplote zahteva diskretizaciju i dubine i vremena. potpovršina se deli na konačan broj slojeva, dok se rotacioni period deli na vremenske korake. Konkretna numerička šema, izbor dubine mreže, veličine prostornih i vremenskih koraka i kriterijuma konvergencije mogu se razlikovati između pojedinačnih termofizičkih modela. Ove razlike su posebno značajne u ovom radu, jer se porede rezultati tri nezavisne numeričke implementacije istog osnovnog fizičkog problema.

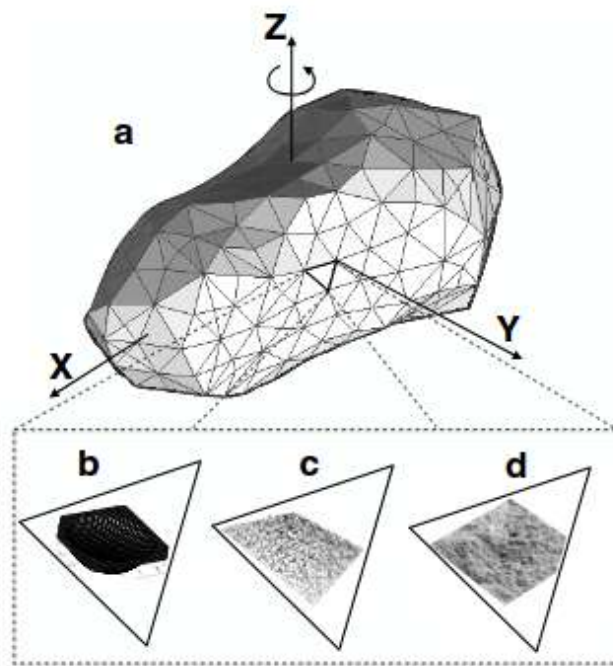
U savremenim termofizičkim modelima oblik asteroida može biti predstavljen poligonalnom mrežom sastavljenom od velikog broja trougaonih površinskih elemenata, odnosno pločica. Modeli oblika najčešće se dobijaju iz radarskih posmatranja, inverzijom optičkih krivih sjaja ili neposrednim snimanjem tokom svemirskih misija (Đurech i dr. 2015). Kada detaljan model oblika nije dostupan ili kada se ispituje idealizovan problem, mogu se koristiti jednostavniji oblici, poput sfere ili elipsoida.

Za svaku pločicu poznati su njena površina i smer normale, pa se za zadatu geometriju osvetljenja i posmatranja može odrediti apsorbovani Sunčev fluks i izračunati vremenska evolucija temperature. U osnovnoj jednodimenzionalnoj formulaciji bez međusobnog radijativnog zagrevanja, problem provođenja toplote rešava se zasebno za svaki element površine.

Kada je temperaturna raspodela poznata, ukupan infracrveni fluks koji detektuje posmatrač dobija se sabiranjem doprinosa svih vidljivih pločica,

$$F_{\lambda} = \frac{\epsilon}{\Delta^2} \sum_{i \in \text{vis}} B_{\lambda}(T_i) s_i \mu_i, \quad (4.6)$$

gde je Δ udaljenost do posmatrača, $B_{\lambda}(T_i)$ Planckova funkcija definisana u prethodnom poglavlju, s_i površina i -te pločice, a μ_i projekcioni faktor prema posma-



Slika 4.1: Primer triangulisanog modela oblika asteroida i različitih pristupa za predstavljanje nerazrešene površinske hrapavosti: (a) triangulisani model asteroida (2063) Bacchus, (b) hemisferični krateri, (c) Gausova površina i (d) fraktalna površina. Preuzeto iz (Delbo i dr. 2015).

traču, odnosno kosinus ugla između normale na pločicu i pravca ka posmatraču (Lagerros 1998). Sabiranje se vrši samo preko pločica koje su vidljive posmatraču. Ovaj izraz pokazuje da je posmatrani termalni fluks neposredno povezan sa detaljnom raspodelom temperature preko površine tela.

Površinska hrapavost i njen uticaj na termalni *beaming* opisani su u prethodnom poglavlju. U termofizičkim modelima ovaj efekat može biti uključen eksplicitnim modelovanjem neravnina koje nisu razrešene osnovnim modelom oblika. Površinske neravnine menjaju lokalni ugao upada Sunčevog zračenja, uvode zasenjivanje i omogućavaju višestruko rasejanje Sunčevog zračenja i međusobnu apsorpciju termalnog zračenja između susednih elemenata (Ben Rozitis i Green 2011).

U literaturi se koriste različiti pristupi za predstavljanje nerazrešene površinske hrapavosti, među kojima su konkavni sferni segmenti ili krateri, nasumične Gausove površine i fraktalne topografije (Ben Rozitis i Green 2011; Davidsson i dr. 2015). Kod modela zasnovanih na kraterima mogu se menjati gustina i ugao otvora kratera. Unutar kratera uzimaju se u obzir zasenjivanje, višestruko rasejanje Sun-

čevog zračenja i reapsorpcija termalnog zračenja, što dovodi do termalnog *beaming* efekta. Uključivanjem ovih procesa energetski balans pojedinačnih elemenata više nije potpuno nezavisan, jer temperatura jednog elementa može zavisiti od zračenja emitovanog sa drugih vidljivih delova površine.

4.1 Jarkovski i JORP efekat

Jedna od važnih primena temperaturnog polja dobijenog termofizičkim modelom jeste izračunavanje sila i momenata sila generisanih termalnim zračenjem. Neto sila dobija se integracijom impulsa emitovanog zračenja sa cele površine asteroida, pri čemu je lokalni doprinos sile proporcionalan $\epsilon\sigma T^4/c$, gde je c brzina svetlosti (Bottke i dr. 2006; Vokrouhlický i dr. 2015). Zbog toga precizno određivanje prostorne i vremenske raspodele površinske temperature predstavlja osnovu za kvantitativno modelovanje efekta Jarkovskog i JORP efekta.

Neuniformna raspodela površinske temperature dovodi do prostorno asimetrične termalne emisije, a reakcija na emitovano zračenje proizvodi malu, ali tokom dugih vremenskih intervala značajnu silu. Deo ovog procesa koji se ispoljava kao rezultujuća sila na centar mase asteroida poznat je kao efekat Jarkovskog i dovodi do sekularne promene putanjskih elemenata, pre svega velike poluose (Bottke i dr. 2006; Vokrouhlický i dr. 2015).

Kod dnevne komponente efekta Jarkovskog, zbog konačne termalne inercije maksimum površinske temperature nastupa nakon lokalnog podneva. Time se javlja tangencijalna komponenta sile duž orbite. Kod progradne rotacije ona tipično dovodi do povećanja velike poluose, dok kod retrogradne rotacije dovodi do njenog smanjenja (Bottke i dr. 2006; Vokrouhlický i dr. 2015). Sezonska komponenta povezana je sa promenom osunčanosti hemisfera tokom orbitalnog perioda i postaje naročito značajna kod tela sa velikim nagibom ose rotacije. Jačina efekta Jarkovskog zavisi od termalnih svojstava površine, stanja rotacije i veličine tela, pri čemu je za ostale jednake uslove efekat izraženiji kod manjih asteroida (Vokrouhlický i dr. 2015).

Efekat Jarkovskog može se koristiti i za indirektno određivanje termofizičkih svojstava asteroida. Ukoliko je drift velike poluose izazvan efektom Jarkovskog pouzdano određen iz astrometrijskih posmatranja, njegovim poređenjem sa teorijski modelovanom vrednošću moguće je ograničiti termalnu inerciju površine. Ovakav pristup je prvobitno primenjen na male brzo rotirajuće asteroide, kao što su (499998) 2011 PT i 2016 GE1 (Fenucci, Novaković, Vokrouhlický i dr. 2021; Fenucci, Novaković i

Dušan Marčeta 2023), a kasnije je razvijen u okviru modela ASTERIA (Asteroid Thermal Inertia Analyzer) (Novaković i dr. 2024). ASTERIA koristi Monte Carlo pristup za procenu termalne inercije na osnovu izmerenog Jarkovskog drifta i predstavlja metod nezavisan od klasičnog termofizičkog modelovanja.

JORP efekat predstavlja rotacioni analog ovog procesa. Asimetrično rasejanje Sunčevog zračenja i termalna emisija sa nepravilnog tela stvaraju neto moment sile koji može da menja ugaonu brzinu i orijentaciju ose rotacije asteroida (Bottke i dr. 2006). Za razliku od efekta Jarkovskog, JORP je posebno osetljiv na detalje oblika i površinske topografije, jer i relativno male geometrijske nepravilnosti mogu da promene rezultujući moment sile (Ben Rozitis i Green 2013).

U nastavku su predstavljeni modeli koji su korišćeni u analizi teze.

4.2 THERMOPS

THERMOPS je termofizički model koji je razvio Marco Delbò u okviru svoje doktorske disertacije (Delbo 2004). Model se koristi pre svega za izračunavanje modelovanog infracrvenog fluksa asteroida, uzimajući u obzir provođenje toplote, odnosno termalnu inerciju, stanje i period rotacije, oblik tela i površinsku hrapavost. Model predstavlja varijantu termofizičkog pristupa razvijenog u radovima Spensera i saradnika (Spencer i dr. 1989; Spencer 1990).

Asteroid je predstavljen mrežom površinskih pločica, pri čemu se za svaku pločicu numerički rešava jednodimenzionalna jednačina provođenja toplote u pravcu normale na lokalnu površinu. U zavisnosti od dostupnih podataka, mogu se koristiti modeli oblika različite složenosti. U verziji programa korišćenoj u ovom radu model oblika se učitava iz fajla u Wavefront OBJ formatu.

THERMOPS omogućava i modelovanje površinske hrapavosti. U tom slučaju se za svaku pločicu osnovne mreže uvodi model kratera predstavljenog delom sfere, a termalni odgovor se dodatno izračunava za elemente unutar kratera. Step površinske hrapavosti može se menjati preko ugla otvora kratera, površinskog udela kratera ili kombinacijom ova dva parametra (Delbo i dr. 2015; Hung i dr. 2022).

Model izračunava disk-integrirani termalni infracrveni fluks sabiranjem doprinosa svih vidljivih pločica. Za pločicu i , doprinos površine koja je predstavljena kraterom označava se sa f_i^{cra} , dok f_i^{facet} predstavlja fluks sa ravnog dela pločice. Ukupan fluks može se zapisati kao

$$F_\lambda = \sum_{i=1}^N \left[\rho_{\text{cra}} f_i^{\text{cra}}(\lambda) + (1 - \rho_{\text{cra}}) f_i^{\text{facet}}(\lambda) \right] \mu_i, \quad (4.7)$$

gde je ρ_{cra} bezdimenzioni površinski udeo kratera, a μ_i projekcioni faktor prema posmatraču. Nisu svi elementi unutar kratera direktno osvetljeni Sunčevim zračenjem niti su svi vidljivi posmatraču, pa se pri izračunavanju njihovog doprinosa termalnom fluksu uzimaju u obzir geometrija osvetljenja i vidljivost pojedinačnih elemenata.

4.3 TEMPEST

Drugi termofizički model razmatran u ovom radu je TEMPEST (*Thermal Evolution Model for Planetary Environment Surface Temperatures*) (Lyster i dr. 2025). TEMPEST je modularni model napisan u programskom jeziku Python i namenjen je simulaciji temperaturne evolucije površina tela bez atmosfere. Model može da radi sa nepravilnim oblicima tela i da izračunava promenu temperature pojedinačnih površinskih elemenata tokom vremena.

U verziji korišćenoj u ovom radu oblik asteroida predstavljen je triangulisanom mrežom koja se učitava iz ASCII STL fajla. Za svaki površinski element model određuje trenutnu osunčanost i rešava energetski balans koji obuhvata apsorbovani Sunčev fluks, termalnu emisiju i vertikalno provođenje toplote u potpovršinske slojeve. Po potrebi se može uključiti i radijativno samozagrevanje.

Za periodično zagrevanje TEMPEST koristi jednodimenzionalni model provođenja toplote u pravcu normale na površinu. Simulacija se nastavlja kroz uzastopne rotacije sve dok se ne dostigne periodično termalno stanje, odnosno dok razlika između temperaturnih profila u uzastopnim rotacijama ne postane manja od zadatog kriterijuma konvergencije. Model uključuje i poseban numerički postupak namenjen efikasnijem i stabilnijem tretmanu vremenski zavisnih i neperiodičnih uslova zagrevanja. Ovak pristup omogućava modelovanje, između ostalog, pomračenja, sezonskih promena i složenih rotacionih stanja, kao što je tumbling rotacija (Lyster i dr. 2025).

Pre pokretanja simulacije zadaju se geometrijski i fizički parametri tela, kao i parametri potpovršinske numeričke mreže. Dubina mreže određuje se u odnosu na dnevnu termalnu dubinu prodora l_d , dok izbor vremenskog koraka mora da zadovolji uslov numeričke stabilnosti odgovarajuće šeme. Ovak uslov treba razlikovati od kriterijuma konvergencije ka periodičnom temperaturnom režimu.

TEMPEST kao rezultat daje vremensku evoluciju temperature i osunčanosti za pojedinačne pločice, kao i raspodelu temperature preko površine tela. Ove veličine omogućavaju direktno poređenje sa temperaturnim poljima dobijenim pomoću ostalih modela korišćenih u ovom radu.

4.4 NUM-YARKO

Treći model razmatran u ovom radu razvijen je za potrebe numeričkog izračunavanja efekta Jarkovskog (D. Marčeta i dr. 2025) i u nastavku rada biće označavan kao NUM-YARKO. Model je implementiran u programskom jeziku Python i dostupan je kao program otvorenog koda.

Za razliku od prethodna dva modela, koji provođenje toplote u potpovršini tretiraju jednodimenzionalno u pravcu normale na površinu, NUM-YARKO rešava punu trodimenzionalnu jednačinu provođenja toplote metodom konačnih razlika. U trenutnoj implementaciji asteroid je predstavljen glatkim triaksijalnim elipsoidom podeljenim na diskretne površinske i potpovršinske ćelije, dok su makroskopska površinska hrapavost i lokalne neravnine zanemarene.

Posebna karakteristika modela je mogućnost korišćenja potpovršinske mreže prilagođene veoma malim termalnim dubinama prodora koje se javljaju kod super-brzih rotatora. Površinska mreža je triangulisana, dok se debljina potpovršinskih slojeva može progresivno povećavati sa dubinom. Na taj način moguće je postići veoma visoku vertikalnu rezoluciju neposredno ispod površine, gde su temperaturni gradijenti najveći, bez potrebe za istom rezolucijom kroz ceo modelovani potpovršinski sloj.

Temperaturna evolucija ćelija računa se eksplicitnom vremenskom integracijom, pri čemu izbor vremenskog koraka zavisi od prostorne rezolucije mreže i termalnih svojstava materijala. Vremenski korak mora biti dovoljno mali da obezbedi stabilnost numeričkog rešenja. Ova osobina postaje posebno značajna kod vrlo kratkih perioda rotacije i male termalne provodljivosti, kada termalna dubina prodora može biti veoma mala.

Pored izračunavanja temperaturnog polja asteroida, model izračunava silu reakcije koja nastaje usled emitovanog termalnog zračenja. Na osnovu nje mogu se zasebno odrediti dnevna i sezonska komponenta efekta Jarkovskog, kao i promena trenutnog Jarkovskog drifta tokom rotacionog i orbitalnog perioda.

Trenutna implementacija je prvenstveno razvijena za proučavanje termalnog po-

našanja i efekta Jarkovskog kod veoma brzo rotirajućih asteroida. Dalje proširenje modela na nepravilne modele oblika, kao i uključivanje makroskopske površinske hrapavosti, međusobnog zasenjivanja i radijativnog samozagrevanja, omogućilo bi njegovu primenu na širi skup realnih asteroidnih površina.

U ovom radu se ne poredi puni skup mogućnosti ova tri modela. Svi modeli primenjeni su na isti kontrolisani testni problem sa što je moguće više jednakih fizičkih i geometrijskih ulaznih parametara. Na taj način, poređenje temperaturnih polja prvenstveno ispituje razlike koje potiču iz načina rešavanja problema provođenja toplote i numeričke implementacije, a ne iz različitog tretmana oblika tela ili površinske hrapavosti.

Glava 5

Numeričke simulacije

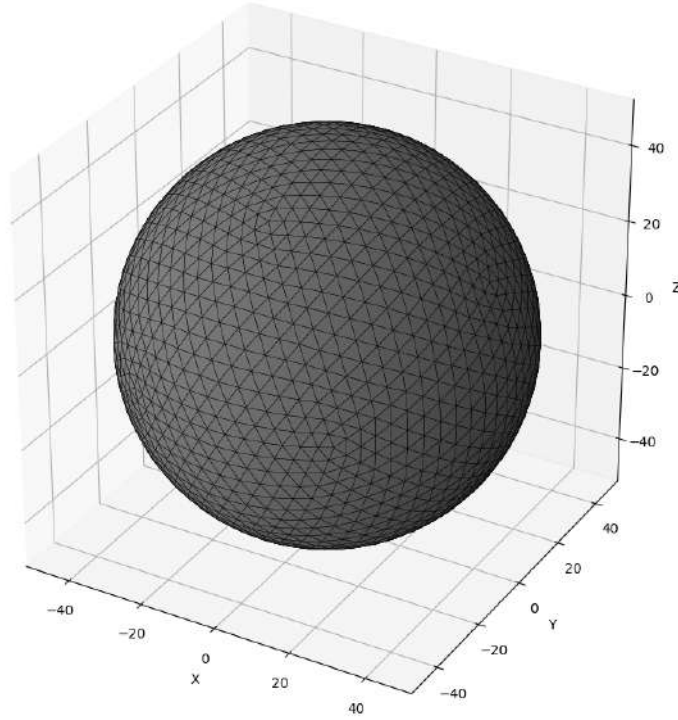
U ovom radu su razmatrana tri termofizička modela THERMOPS, TEMPEST i NUM-YARKO, koji su opisani u prethodnom poglavlju. Kako bi se omogućilo jednoznačno i konzistentno poređenje modela definisan je zajednički skup ulaznih fizičkih parametara i geometrijskih uslova koji su korišćeni u svim simulacijama.

Radi jednostavnosti oblika, korišćen je model oblika sfere sa prečnikom od 100 metara. Površina sfere je diskretizovana na 3380 pločica, čime je obezbeđena dovoljna prostorna rezolucija za dobro modelovanje temperaturnih varijacija. Iako razmatrani modeli koriste različite formate ulaznih fajlova za definisanje mreže, posebna pažnja posvećena je tome da mreže budu ekvivalentne u smislu broja elemenata i njihove prostorne raspodele. Prikaz mreže za sva tri modela dat je na slici 5.1. Na taj način osigurano je da eventualne razlike u rezultatima ne potiču od razlika u površinskoj diskretizaciji modela, već prvenstveno od razlika u načinu numeričkog rešavanja problema provođenja toplote i drugim karakteristikama pojedinačnih modela.

Površinska hrapavost i radijativno samozagrevanje nisu uključeni u simulacije, kako bi se obezbedilo što direktnije poređenje osnovnog termalnog odgovora modela.

Orbita asteroida je definisana velikom poluosom $a = 1AJ$ i ekscentricitetom $e = 0$, dok je nagib ose rotacije u odnosu na normalu orbitalne ravni postavljen na $\gamma = 0^\circ$.

Razmatrane su tri vrednosti perioda rotacije $P = 0.1h$, $P = 6h$ i $P = 100h$, koje odgovaraju režimima veoma brze, srednje brze i spore rotacije. Ovakav izbor perioda rotacija omogućava analizu odnosa između vremenske skale rotacije i vremena potrebnog za provođenje toplote u potpovršinske slojeve, što direktno utiče na amplitudu i fazu temperaturnih oscilacija.



Slika 5.1: 3D model sfere korišćen u radu. Sva tri modela imaju istu geometriju sfere.

Pored toga, razmatrano je i sedam vrednosti termalne inercije, u opsegu koji pokriva širok spektar realnih asteroidnih površina, od finog regolita do kompaktnijih i stenovitijih struktura. Vrednosti ovog parametra se kreću od 100 do $1000 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$. Kako pojedini termofizički modeli ne koriste termalnu inerciju direktno kao ulazni parametar, za svaku vrednost Γ izračunata je odgovarajuća termalna provodljivost κ , uz fiksne vrednosti ρ i C , prema relaciji $\Gamma = \sqrt{\kappa \rho C}$. Pregled ulaznih parametara korišćenih u simulacijama dat je u tabeli 5.1.

Dnevna termalna dubina prodora l_d definisana je u prethodnom poglavlju. Kod sva tri modela korišćena su 64 potpovršinska sloja jednake debljine $0.1l_d$, tako da je ukupna modelovana dubina iznosila $6.4l_d$. NUM-YARKO omogućava progresivno povećanje debljine potpovršinskih ćelija sa dubinom, ali ta mogućnost u ovom radu nije korišćena. Uniformna mreža izabrana je radi direktnijeg poređenja sa modelima THERMOPS i TEMPEST.

Za svaki skup parametara simulacija je nastavljana kroz uzastopne rotacije asteroida sve dok nije zadovoljen kriterijum konvergencije odgovarajućeg modela. Broj rotacija potreban za konvergenciju zavisi od termalne inercije i perioda rotacije, kao

Tabela 5.1: Fizički parametri korišćeni u simulacijama

Parametar	Vrednost	Jedinica
ϵ	0.9	-
A	0.1	-
C	700	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
ρ	2000	$kg\ m^{-3}$
γ	0	$^{\circ}$
Γ	100, 200, 300, 500, 600, 800, 1000	$J\ m^{-2}\ s^{-1/2}\ K^{-1}$
P	0.1, 6, 100	h
a	1.0	AJ
e	0.0	-

i od početnog temperaturnog polja.

Kriterijum konvergencije zavisi od konkretnog numeričkog modela. Kod TEMPEST i THERMOPS modela je u datoj konfiguraciji konvergencija određivana na osnovu maksimalne razlike temperature između dve uzastopne rotacije. Simulacija je smatrana konvergiranom kada je maksimalna promena temperature između dve uzastopne rotacije bila manja od 0.1 K. Kod TEMPEST modela maksimalno trajanje simulacije bilo je ograničeno na 50 dana, dok je simulacija mogla da se završi ranije kada je zadovoljen kriterijum konvergencije. Za THERMOPS je maksimalno trajanje prilagođeno izabranom periodu rotacije tako da odgovara 20 punih rotacija asteroida. Na kraju NUM-YARKO, ima potpuno drugačiji pristup dostizanja konvergentnog stanja. Ovaj model procenjuje relativnu stabilnost na osnovu izračunate vrednosti da/dt . Takođe NUM-YARKO započinje od jedinstvene početne temperature za sve ćelije, u odnosu na druga dva modela koja imaju inicijalnu temperaturnu raspodelu. Ove podatke možemo videti u tabeli 5.2.

Tabela 5.2: Numerički parametri korišćeni u simulacijama

Parametar	THERMOPS	TEMPEST	NUM-YARKO
Broj površinskih pločica	3380	3380	3380
Broj potpovršinskih slojeva	64	64	64
Debljina potpovršinskog sloja	$0.1l_d$	$0.1l_d$	$0.1l_d$
Kriterijum konvergencije	$\Delta T < 0.1K$	$\Delta T < 0.1K$	stabilizacija da/dt
Početno temp. stanje	početna raspodela	početna raspodela	ista T_0 za sve ćelije
Ograničenje trajanja	20 rotacija	50 dana	20 rotacija

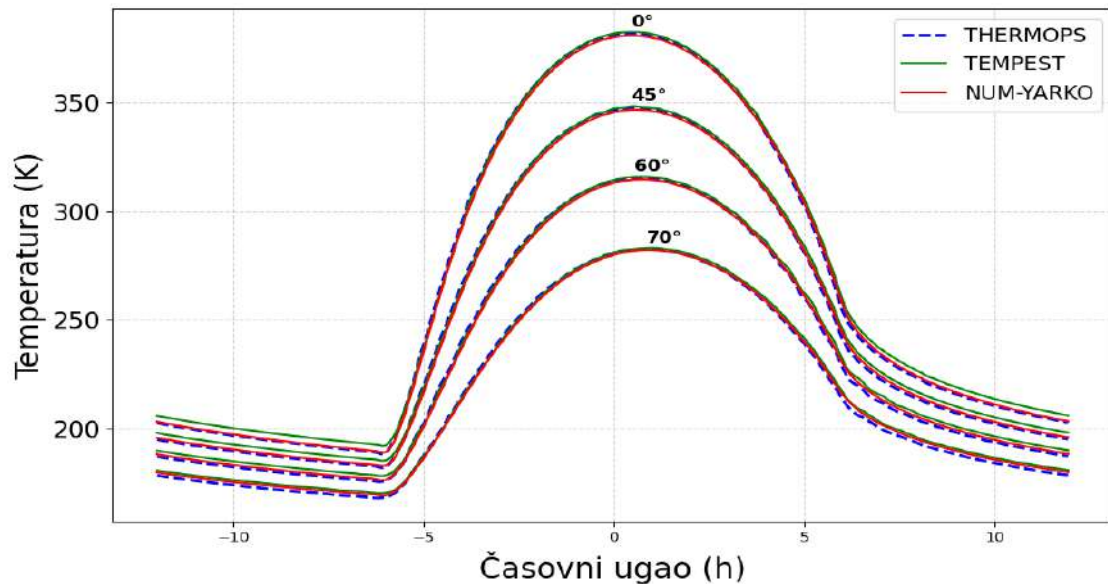
Važno je naglasiti da zadovoljenje kriterijuma konvergencije zasnovanog na da/dt

ne mora istovremeno da znači da je lokalno temperaturno polje na svim delovima površine dostiglo potpuno periodično stanje. Ova razlika u kriterijumima konvergencije uzeta je u obzir pri interpretaciji poređenja temperaturnih polja u narednom poglavlju.

Glava 6

Rezultati

U ovom radu su prikazane simulacije modela THERMOPS, TEMPEST i NUM-YARKO, koji su opisani prethodno. Najpre su na slici 6.1 prikazani dnevni temperaturni profili površine asteroida. Izabran je primer za termalnu inerciju od $\Gamma = 100 Jm^{-2}K^{-1}s^{-1/2}$ i period rotacije $P = 6h$, kao primer umerenog rotacionog i termalnog režima. Temperatura je prikazana kao funkcija časovnog ugla na četiri geografske širine (0° , 45° , 60° i 70°), čime je prikazano poređenje temperaturnih promena na površini asteroida tokom jednog rotacionog ciklusa.

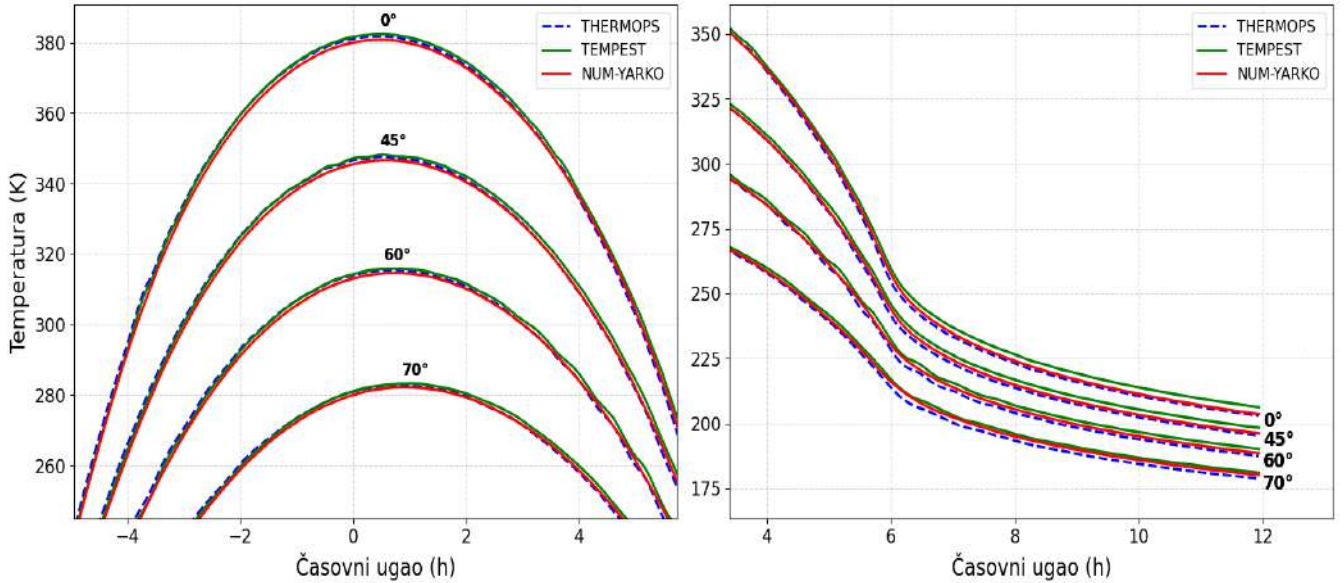


Slika 6.1: Dnevni temperaturni profil asteroida, za različite geografske širine. Period $P = 6h$, termalna inercija $\Gamma = 100 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$.

Opšti oblik dnevnog temperaturnog ciklusa predstavlja dnevnu temperaturnu raspodelu jedne pločice na određenoj geografskoj širini, a može i da predstavlja raspodelu temperature svih pločica u poslednjem trenutku simulacije na određenoj geografskoj širini. No, kako je telo koje razmatramo sferno simetrično, oba slučaja daju teorijski isti rezultat.

Za konkretnu konfiguraciju parametara koja je prikazana, možemo uočiti da sva tri modela reprodukuju isti opšti oblik dnevnog temperaturnog ciklusa. Maksimalne temperature se nalaze u blizini lokalnog podneva, dok se temperatura smanjuje kako Sunce „zalazi”, i kao posledicu toga imamo termalno zračenje i provođenje toplote u potpovršinske slojeve. Najveće temperature su na ekvatoru (0°), dok se sa porastom geografske širine maksimalna temperatura smanjuje zbog manjeg upadnog ugla Sunčevog zračenja i manje primljene energije po jedinici površine.

Na slici 6.2, na levom panelu je prikazana uvećana dnevna strana, a na desnom je prikazan uvećan deo noćne strane. Na dnevnoj strani asteroida temperaturni maksimum pokazuje blago kašnjenje u odnosu na subsolarnu tačku, što je rezultat konačne termalne inercije površinskog materijala. Na noćnoj strani asteroida, temperatura opada, ali površina i dalje nastavlja da emituje toplotu koja je akumulirana tokom osvetljenog dela rotacije.



Slika 6.2: Uvećani dnevni temperaturni profili površine asteroida. Period $P = 6h$, termalna inercija $\Gamma = 100 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$.

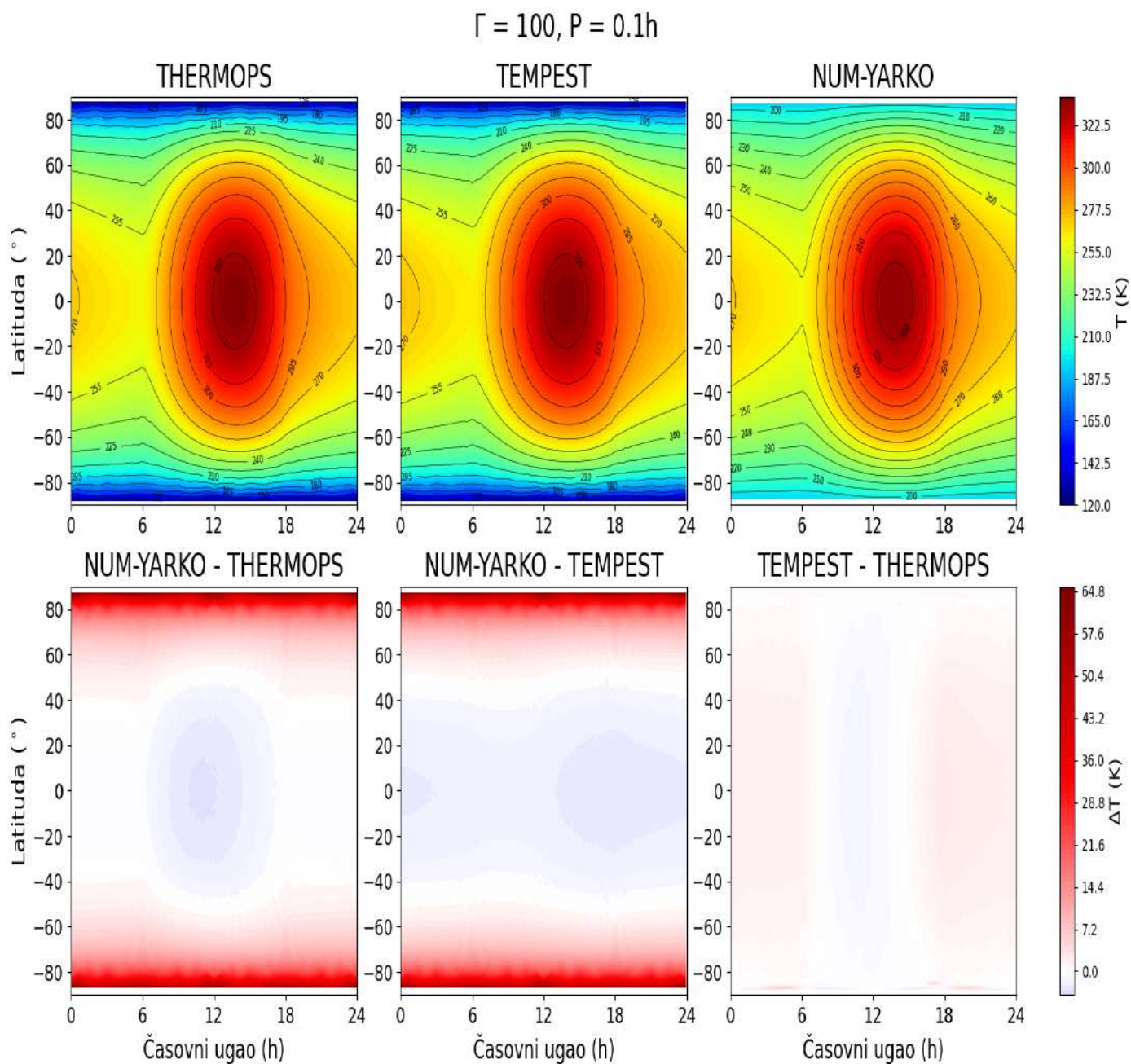
Pored toga, desni panel slike 6.2, nam prikazuje uvećan prikaz noćnog dela temperaturnog profila, gde vidimo da su razlike u modelima minimalne, ali da se zadržavaju i nakon zalaska Sunca. U ovom delu profila TEMPEST model daje neznatno veće temperature dok THERMOPS manje, a NUM-YARKO se uglavnom nalazi između ova dva profila. Međutim u ukupnom temperaturnom opsegu, međusobna odstupanja su mala, što potvrđuje da sva tri modela daju međusobno konzistentne rezultate.

Poređenje modela na ovaj način, za konkretnu konfiguraciju, daje veoma dobro međusobno slaganje. Modeli TEMPEST i THERMOPS daju gotovo identičan rezultat tokom celog ciklusa, dok model NUM-YARKO reprodukuje isti opšti trend ali sa malim lokalnim odstupanjima. Najveće razlike među modelima iznose samo nekoliko kelvina, i to na mestima gde dolazi do najveće temperaturne promene, tj. na delovima gde dolazi do pojave izlazaka i zalazaka Sunca. Tokom temperaturnog maksimuma razlike u modelima su zanemarljive, što nam je indikator da su sva tri modela konzistentna u opisu procesa Sunčevog zračenja, provođenja toplote i termalnog zračenja na asteroidu.

Analiza dnevnih temperaturnih profila daje nam osnovu za razumevanje dvodimenzionalnih profila raspodela površinske temperature koji će biti prikazani u nastavku. Na osnovu ovakvih profila moguće je lakše interpretirati promene temperaturnog polja usled različitih vrednosti perioda rotacije i termalne inercije i proceniti međusobno slaganje rezultata između modela.

Slike 6.3 do 6.12 (osim slike 6.6) ilustruju modelovanu površinsku raspodelu temperature dobijenu iz razmatranih modela za različite termalne inercije i periode rotacija. Temperatura je prikazana kao funkcija latitude i longitude površine asteroida, gde je longituda izražena kao časovni ugao, koji odgovara lokalnom Sunčevom vremenu. Skala boja predstavlja temperaturu u Kelvinima. Za svaku konfiguraciju parametara, paneli u donjem redu predstavljaju temperaturnu razliku između modela, ukazujući na uticaj promene fizičkih parametara na rezultujuće temperaturno polje. Slike su prikazane za sva tri razmatrana perioda rotacije redom: 0.1h, 6h i 100h, s tim da su prikazane vrednosti termalne inercije samo za $\Gamma = 100, 500, 1000 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$. Iako su navedene vrednosti termalne inercije i između prikazanih, jasna razlika promene temperaturnog polja na površini usled povećanja termalne inercije može da se zaključi i samo iz priloženog.

6.1 Slučaj: $P = 0.1h$



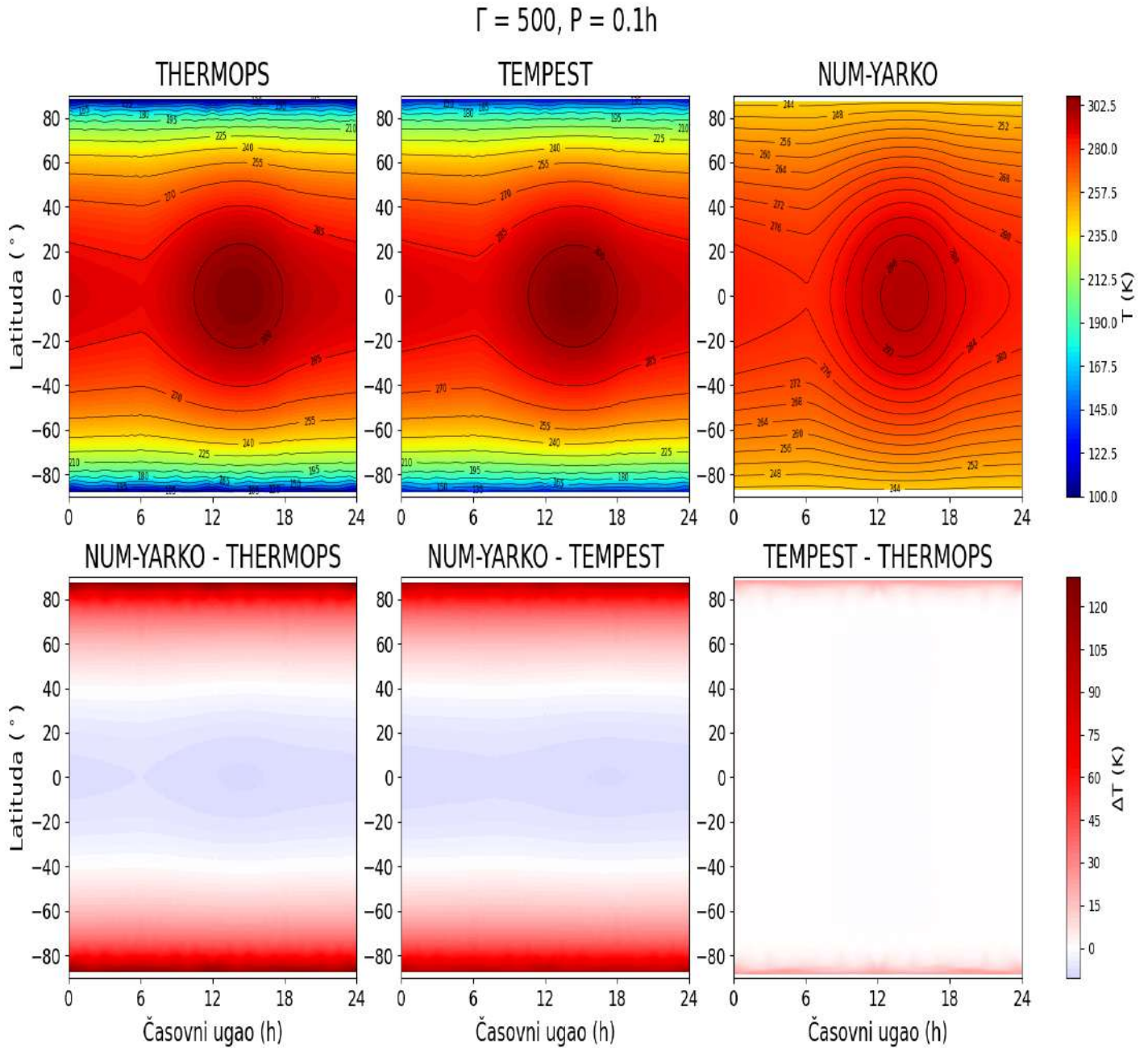
Slika 6.3: Raspodele površinske temperature za vrednost termalne inercije $\Gamma = 100 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 0.1h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.

Za najmanju razmatranu vrednost termalne inercije $\Gamma = 100 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ i ekstremno kratak period rotacije od $0.1h$, sva tri modela predviđaju veoma sličnu raspodelu površinske temperature, slika 6.3. Poređenjem modela može se uočiti dobro slaganje između THERMOPS, TEMPEST i NUM-YARKO modela. Sva tri modela reprodukuju gotovo identičan položaj maksimalnih i minimalnih temperatura, kao i veoma sličan oblik temperaturnog polja. Iako je termalna inercija najmanja među razmatranim vrednostima, veoma kratak period rotacije ograničava zagrevanje i hlađenje tokom jednog rotacionog ciklusa, zbog čega amplituda dnevnih temperaturnih promena ostaje mala. Maksimalne temperature javljaju se u blizini subsolarne tačke, dok se temperatura relativno brzo smanjuje ka terminatoru, drugim rečima nema velikog temperaturnog kontrasta između dnevne i noćne strane. Razlike između modela su male na niskim i srednjim geografskim širinama, dok su u polarnim oblastima lokalno izraženije. Ovo ukazuje da svi modeli konzistentno opisuju razmatrani režim male termalne inercije i veoma brze rotacije, a male razlike u numeričkom rešavanju jednačine provođenja toplote dovode do lokalnih temperaturnih razlika.

Povećanjem termalne inercije na $\Gamma = 500 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ dolazi do efikasnijeg prenosa toplote u potpovršinske slojeve. Kao posledica toga, maksimalne dnevne temperature su nešto niže nego u prethodnom slučaju, dok noćna strana ostaje toplija, slika 6.4. Ovo se dešava kao direktna posledica skladišćenja toplote tokom osvetljenog dela asteroida i naknadnog oslobađanja te toplote tokom noći.

Iako je period rotacije i dalje dosta kratak, povećana termalna inercija u odnosu na prethodni slučaj dovodi do primetnog faznog pomeraja maksimuma temperature u odnosu na subsolarnu tačku. Ono što nam pokazuje generalni obrazac ponašanja modela je da sad imamo širenje oblasti gde su povišene temperature kao i smanjenje maksimalnih dnevnih temperatura. Smanjenje maksimalnih dnevnih temperatura je posledica toga da deo energije koji bi bio emitovan neposredno nakon apsorpcije sada se privremeno skladišti u potpovršinskom sloju, te biva emitovan na noćnoj strani pa su samim tim i temperature na noćnoj strani veće u odnosu na prethodni slučaj.

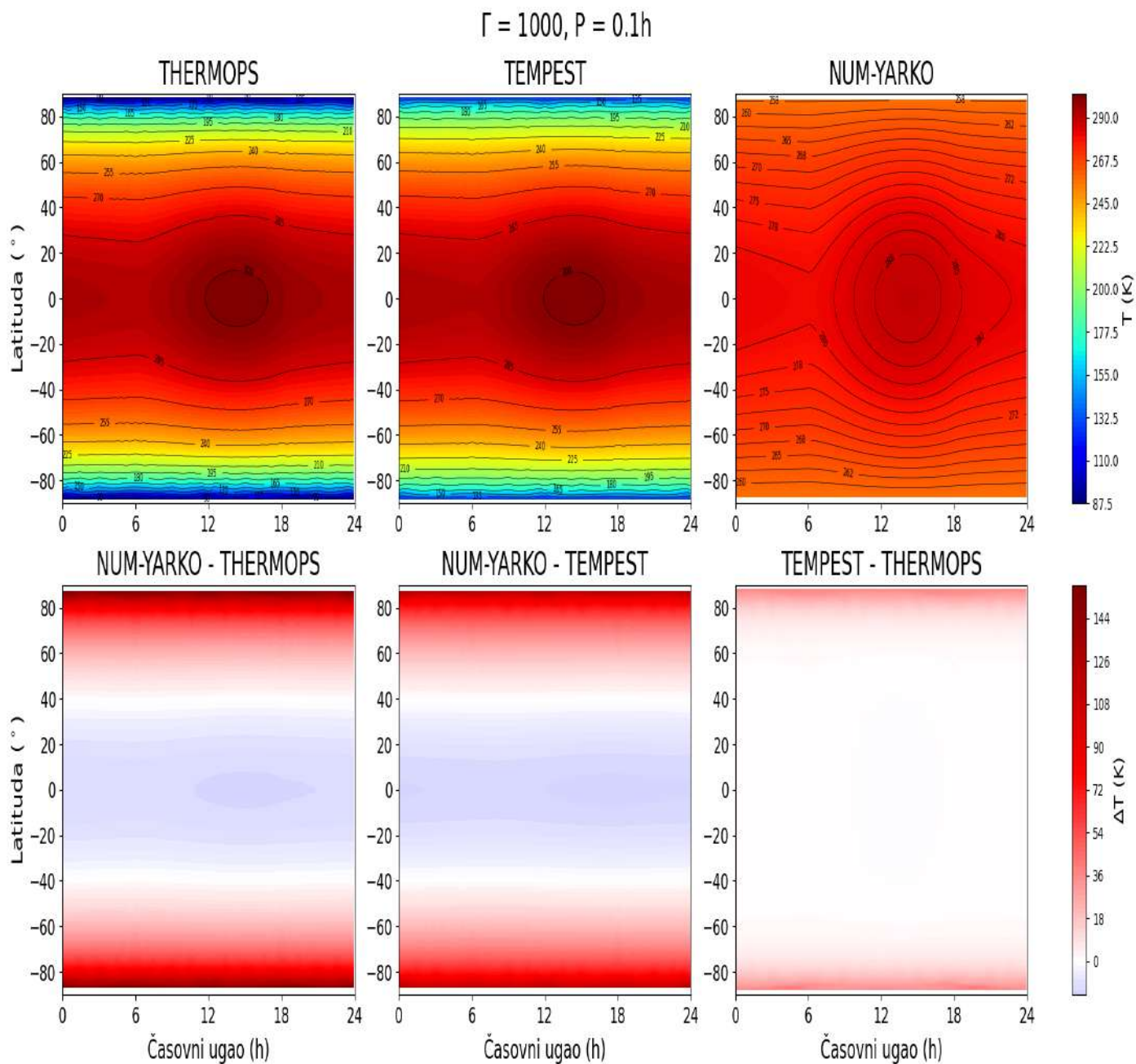
Kada poredimo direktno modele međusobno, vidimo da THERMOPS i TEMPEST pokazuju veoma slično ponašanje kako u raspodeli maksimalnih temperatura tako i u položaju temperaturnog maksimuma. NUM-YARKO takođe reprodukuje isti opšti oblik raspodele temperature ali vidimo znatno veća odstupanja u odnosu na druga dva modela. Ovakva odstupanja mogu biti povezana sa razlikama u numeričkoj implementaciji, početnim uslovima i kriterijumima konvergencije, što je



Slika 6.4: Raspodele površinske temperature za vrednost termalne inercije $\Gamma = 500 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 0.1h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.

6.1. SLUČAJ: $P = 0.1h$

detaljnije razmotreno u nastavku.



Slika 6.5: Raspodele površinske temperature za vrednost termalne inercije $\Gamma = 1000$ i perioda rotacije od $P = 0.1h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji paneli prikazuju razlike u temperaturi između modela.

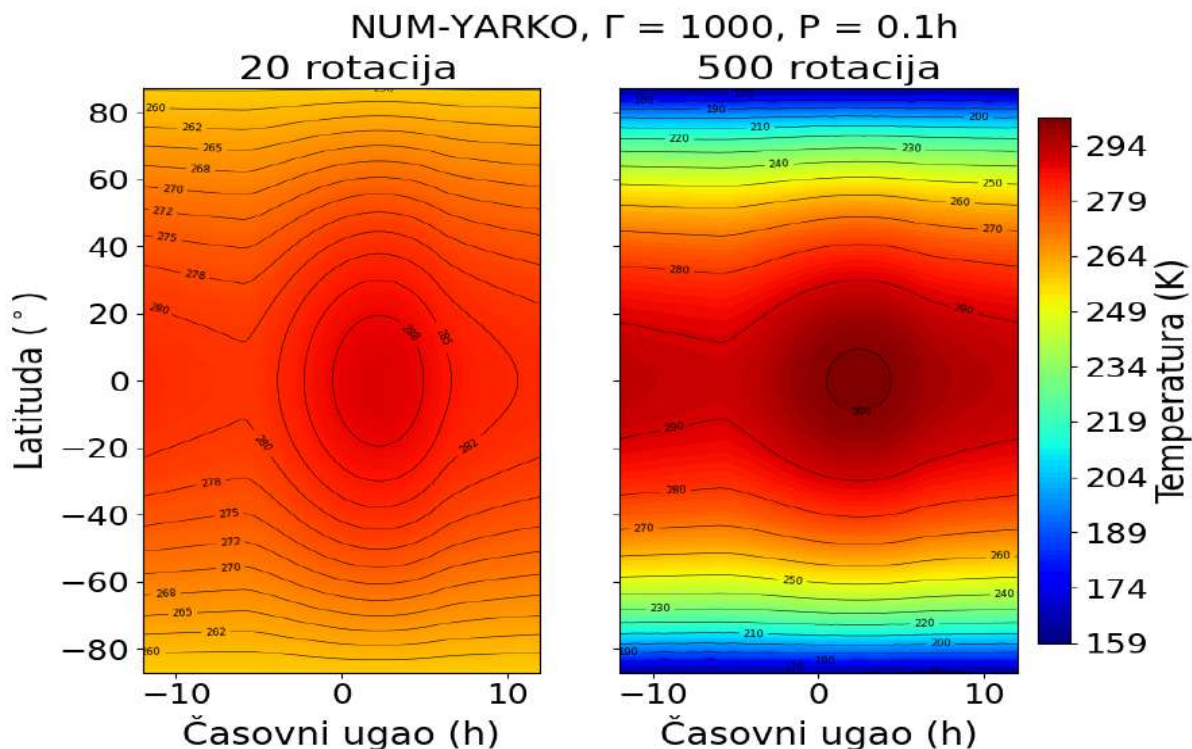
Kod najveće razmatrane termalne inercije $\Gamma = 1000 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$, površinsko

temperaturno polje postaje znatno uniformnije, slika 6.5. Drugim rečima manja je razlika između toplije i hladnije strane asteroida. Zbog velike termalne inercije, značajan deo energije apsorbirane tokom osvetljenog dela rotacije skladišti se u potpovršinskim slojevima i kasnije vraća ka površini tokom noćnog dela rotacije, čime se smanjuje dnevno-noćni temperaturni kontrast. Ono što može da se uoči jeste pomeranje maksimuma temperature u odnosu na subsolarnu tačku, jer sada maksimum temperature više nije strogo vezan za istu, već vidimo jasno kašnjenje (fazno pomeranje) u odnosu na podne (subsolarna tačka) usled sporijeg zagrevanja i hlađenja površinskog materijala. Ovakvo ponašanje odgovara površinama koje imaju puno stenovitog materijala ili kompaktne blokove koji imaju veću sposobnost skladištenja toplote. Kao i u prethodnom slučaju, i ovde NUM-YARKO model odstupa od druga dva modela.

Ono što je primetno kod ekstremno brze rotacije je da NUM-YARKO model za veće termalne inercije $\Gamma = 500 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ i $\Gamma = 1000 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ ne reprodukuje termalno polje isto na površini asteroida u odnosu na druga dva modela. Temperaturna raspodela na površini je gotovo uniformna i pokazuje veoma slabu zavisnost od geografske dužine i širine, uz znatno slabije izražen dnevno-noćni kontrast nego kod druga dva modela. Efekat skoro ujednačene temperature primetan je i kako se krećemo ka polovima, gde su polovi približno iste temperature u odnosu na ekvator. Ovakva raspodela ukazala je na mogući uticaj konvergencije temperaturnog polja, zbog čega je izvršen dodatni test sa većim brojem rotacija. Kao posledica toga javlja se stabilnija raspodela temperature koja bolje odražava srednju osunčanost različitih geografskih širina. Na slici 6.6, prikazan je NUM-YARKO model nakon 20 i nakon 500 rotacija za termalnu inerciju $1000 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$.

Na slici 6.6, na levom panelu vidimo da nakon samo 20 rotacija temperaturno polje još uvek nije u potpunosti dostiglo stabilno periodično temperaturno polje. Temperatura se kreće od oko 260K na polovima do oko 288K u blizini ekvatora. Vidimo da je temperaturna raspodela relativno ujednačena ali da dominira zavisnost od geografske širine. Najviše temperature se nalaze u ekvatorijalnom pojasu, dok se temperatura postepeno smanjuje kako idemo ka polovima.

Zavisnost od časovnog ugla je veoma mala, kao i kod druga dva modela, što je i očekivano, jer velika termalna inercija i mali period rotacije sprečavaju značajne dnevne temperature oscilacije. Kao i u druga dva modela, površina nema dovoljno vremena da se značajno zagreje ili ohladi tokom jedne rotacije, jer se toplota zadržava u potpovršinskim slojevima, pa temperatura ostaje gotovo konstantna u



Slika 6.6: Poređenje površinske raspodele temperature dobijene modelom NUM-YARKO nakon 20 (levo) i 500 (desno) rotacija za $P = 0.1h$ i $\Gamma = 1000 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$

longitudinalnom pravcu.

U odnosu na rezultat nakon 20 rotacija, nakon 500 uspostavljen je znatno izraženiji i fizički očekivaniji temperaturni gradijent između ekvatorijalnih i polarnih oblasti. Temperaturni opseg od ekvatora ka polu je mnogo veći, približno 160K do 300K. Najvažnija razlika u odnosu na levu sliku je da je mnogo izraženiji temperaturni gradijent između polova i ekvatora. Tokom velikog broja rotacija model je imao dovoljno vremena da uspostavi ravnotežu između apsorbovanog Sunčevog zračenja, termalne emisije i provođenja toplote kroz potpovršinske slojeve. Kao posledica toga javlja se stabilnija raspodela temperature koja bolje odražava srednju osunčanost različitih geografskih širina.

Poređenje rezultata kod ovog modela za 20 i 500 rotacija nam pokazuje da broj izvršenih rotacija ima značajan uticaj na lokalnu raspodelu površinske temperature. Međutim važno je naglasiti da NUM-YARKO model kao kriterijum konvergencije temperature ne koristi direktno promenu temperature između dve uzastopne rotacije. Konvergencija modela određuje se na osnovu promene izračunate vrednosti

Jarkovski drifta, odnosno da/dt . Zbog toga zadovoljenje kriterijuma konvergencije za da/dt ne mora istovremeno značiti da je temperatura svake pojedinačne površinske ćelije dostigla potpuno periodično stanje.

Ovakvo ponašanje je posebno značajno zbog načina na koji je definisan kriterijum konvergencije NUM-YARKO modela. Vrednost da/dt nije podjednako osetljiva na temperaturno stanje svih površinskih elemenata. Lokalne temperaturne razlike u polarnim oblastima mogu imati relativno mali doprinos ukupnom Jarkovskom driftu. Zbog toga se da/dt može stabilizovati i pre nego što lokalno temperaturno polje u svim oblastima površine dostigne isti stepen periodičnosti. Ovo objašnjava zašto su odstupanja NUM-YARKO modela najizraženija upravo na visokim geografskim širinama.

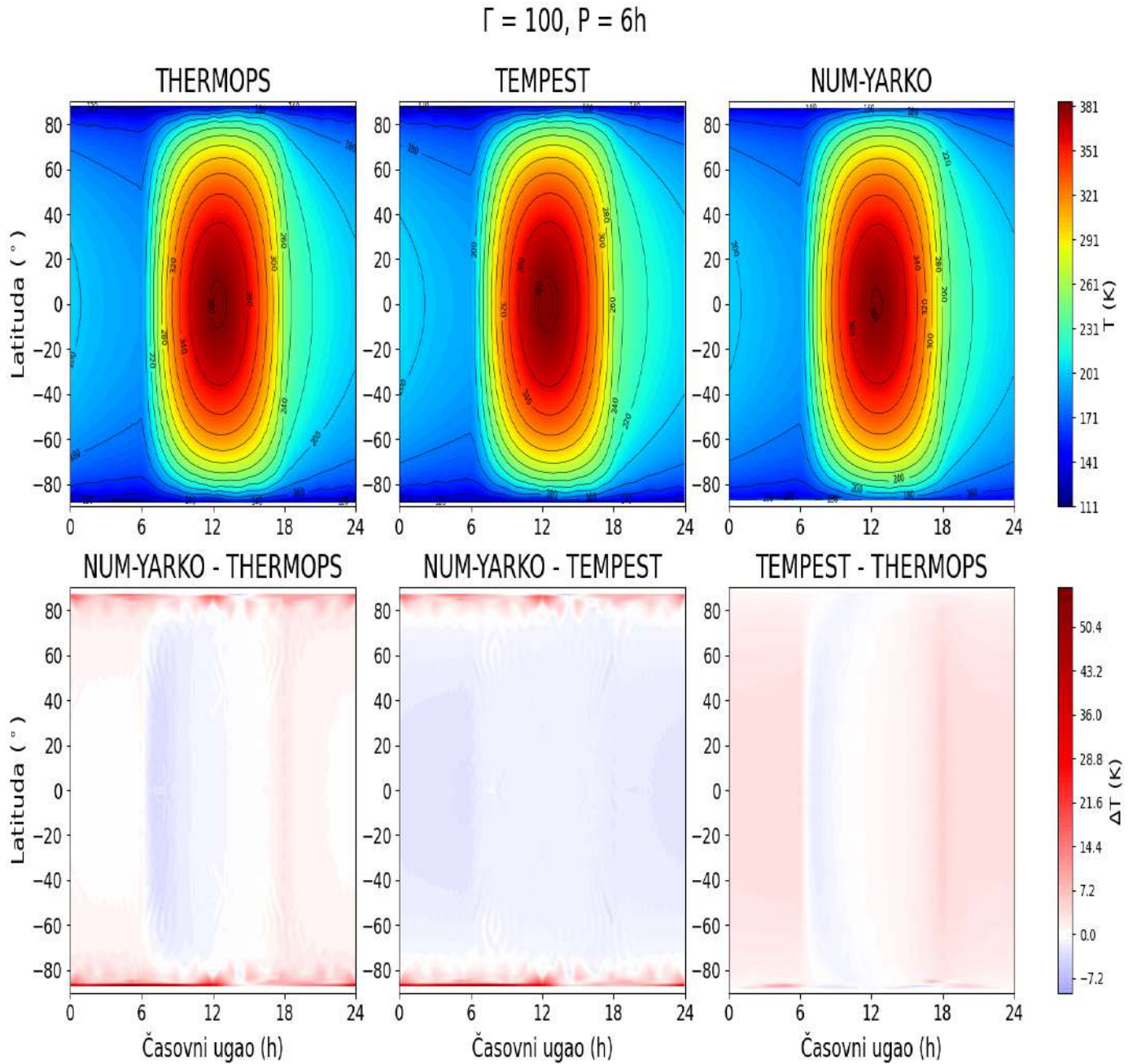
Na ovom mestu treba spomenuti da je ovo posebno značajno za interpretaciju odstupanja u polarnim oblastima i kod ostalih rezultata. NUM-YARKO koristi jednaku početnu temperaturu za sve površinske ćelije, nezavisno od njihove geografske širine. Zbog različitog nivoa osunčavanja površine tokom jedne rotacije, prilagođavanje temperaturnog polja ovom početnom uslovu nije jednako brzo na svim delovima površine, pa su odstupanja nakon manjeg broja rotacija najizraženija na visokim geografskim širinama.

6.2 Slučaj: $P = 6h$

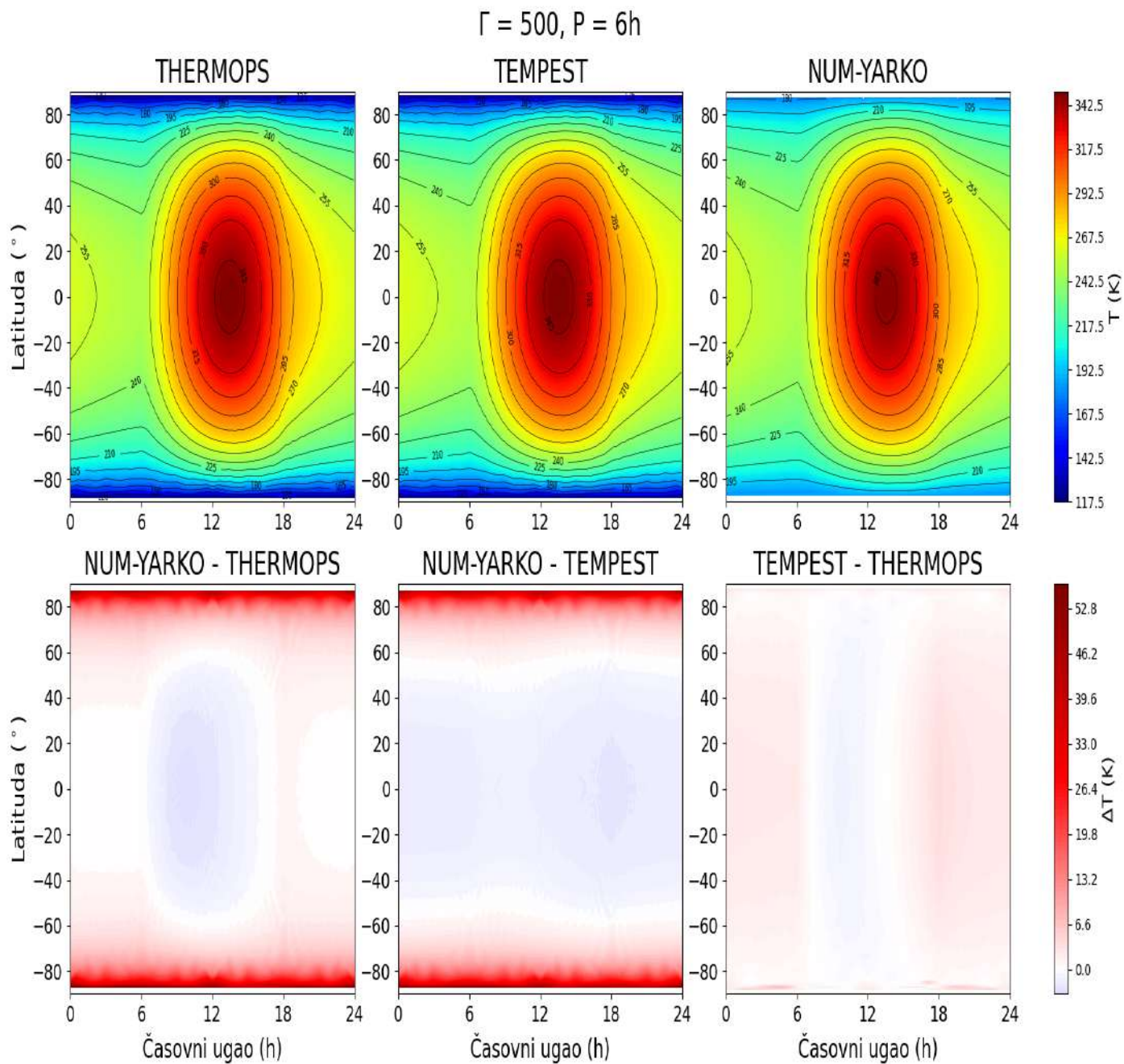
Za period od $6h$ i malu termalnu inerciju od $\Gamma = 100 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ temperaturna raspodela pokazuje znatno izraženije razlike između dnevne i noćne strane nego u slučaju sa periodom od $0.1h$, slika 6.7. Duže vreme izloženosti Suncu daje površini vremena da dostigne više temperature tokom dana, dok tokom noći ima efikasnije hlađenje zbog toga što se toplota ne zadržava u potpovršinskim slojevima dugo da bi doprinosila zagrevanju i na noćnoj strani.

Za ovu konfiguraciju sva tri modela pokazuju veoma dobro međusobno slaganje u raspodeli površinske temperature. THERMOPS i TEMPEST daju gotovo identične rezultate za raspodelu temperature. Poklapaju se i u položaju temperaturnog maksimuma kao i u amplitudama dnevno-noćnih temperaturnih promena. NUM-YARKO ima isti generalni obrazac kao i druga dva modela međutim postoje lokalna odstupanja koja se najviše vide u predelima visokih geografskih širina. Ovo nam sugerise da je kod male termalne inercije uticaj različitih numeričkih implementacija relativno mali, dok dominantnu ulogu ima direktno Sunčevo zagrevanje površine.

6.2. SLUČAJ: $P = 6h$



Slika 6.7: Raspodele površinske temperature za vrednost termalne inercije $\Gamma = 100 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 6h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.

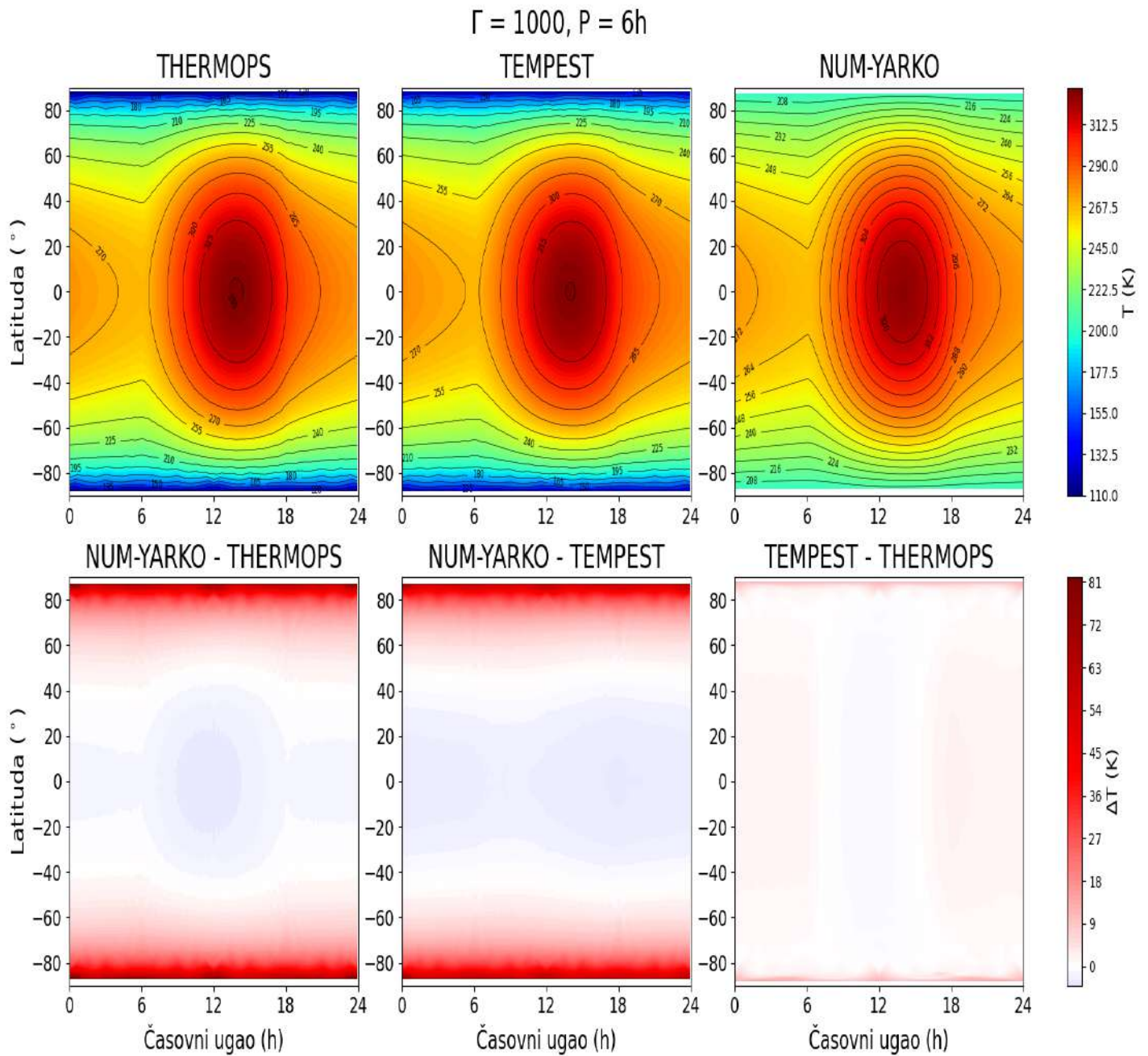


Slika 6.8: Raspodele površinske temperature za različite vrednosti termalne inercije $\Gamma = 500 Jm^{-2}s^{-1/2}K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 6h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.

Za srednju vrednost termalne inercije i period rotacije od $6h$ dolazi do značajnog ublažavanja razlike između dnevno-noćnih temperatura, slika 6.8. Deo energije apsorbovane tokom dana prenosi se u potpovršinske slojeve i onda se vraća na površinu u toku noći. Kao posledicu toga vidimo da se povećava temperatura noćne strane i smanjuje maksimalna temperatura dnevne strane. Drugim rečima, sa povećanjem termalne inercije dolazi do izraženijeg uticaja provođenja toplote, što se odražava i na poređenje modela. Modeli THERMOPS i TEMPEST i dalje pokazuju veoma dobro međusobno slaganje, pri čemu oba modela reprodukuju gotovo identičan položaj maksimuma temperature.

Pri najvećoj razmatranoj vrednosti termalne inercije, $\Gamma = 1000 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$, uticaj provođenja toplote postaje još izraženiji. Maksimalna dnevna temperatura dodatno se smanjuje, dok noćna strana zadržava veću količinu toplote, čime se smanjuje amplituda dnevnog temperaturnog ciklusa. Istovremeno je izraženije fazno pomeranje temperaturnog maksimuma u odnosu na lokalno podne. THERMOPS i TEMPEST i u ovom slučaju pokazuju vrlo dobro slaganje, dok su kod NUM-YARKO lokalna odstupanja izraženija, naročito na visokim geografskim širinama. Uzimajući u obzir prethodno analizirani test konvergencije, ova odstupanja treba posmatrati i u kontekstu različitog početnog temperaturnog stanja i kriterijuma konvergencije NUM-YARKO modela.

6.2. SLUČAJ: $P = 6h$



Slika 6.9: Raspodele površinske temperature za različite vrednosti termalne inercije $\Gamma = 1000 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 6h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji paneli prikazuju razlike u temperaturi između modela.

6.3 Slučaj: $P = 100h$

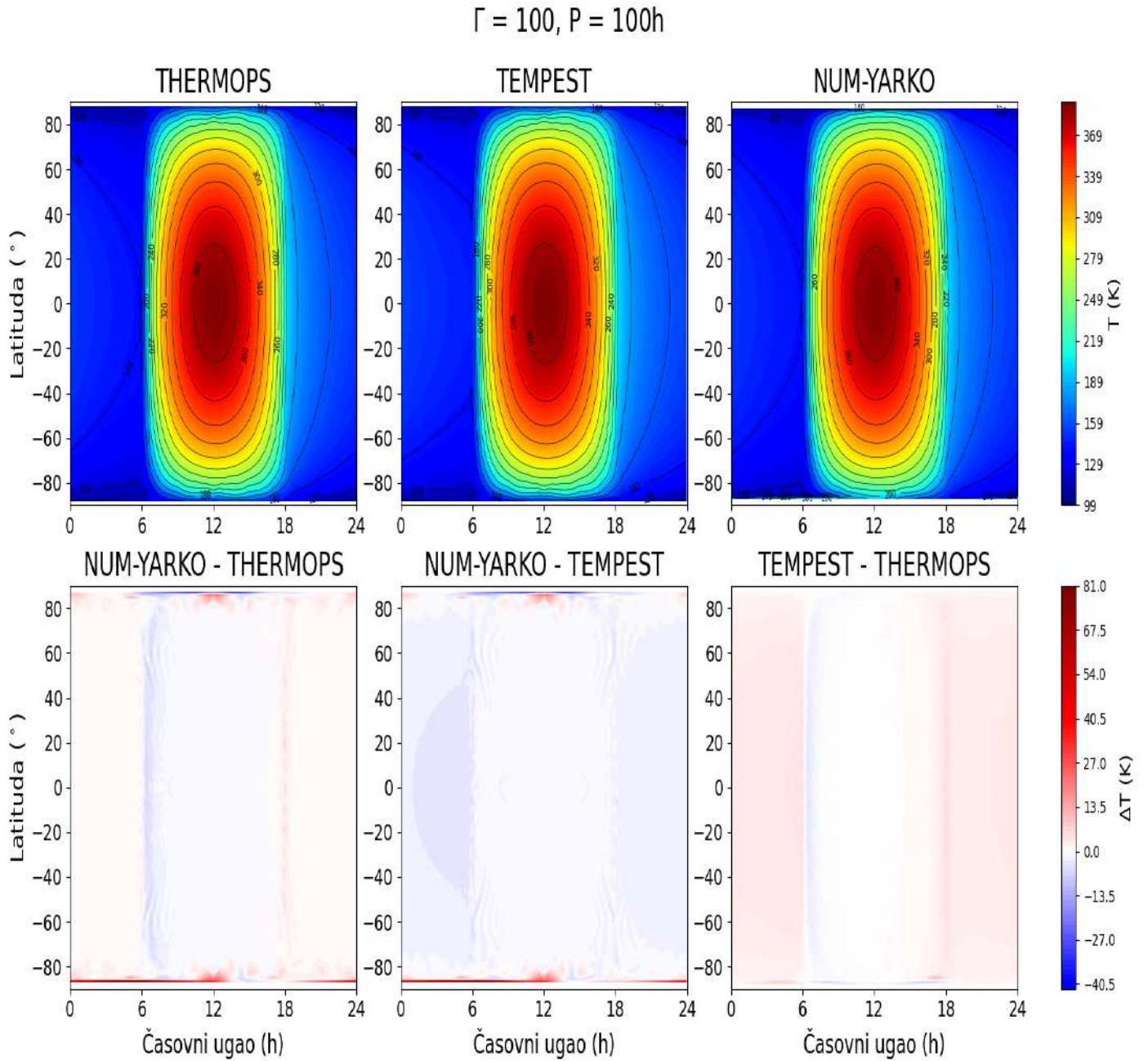
Pri sporoj rotaciji, $P = 100h$ razlike u površinskoj temperaturi između modela više nisu toliko povezane sa brzim promenama osvetljenosti, već sa dugotrajnim zagrevanjem i hlađenjem površine. Iz priloženih modela razlika površinske temperature uočljivo je da se zapravo maksimalna razlika nalazi na visokim geografskim širinama, što ukazuje na povećanu osetljivost polarnih oblasti na razlike u početnim uslovima, kriterijumima konvergencije i numeričkoj implementaciji provođenja toplote.

Za najmanju razmatranu vrednost termalne inercije i najduži period rotacije, temperaturno polje pokazuje izrazito velike razlike između dnevne i noćne strane asteroida, slika 6.10. Maksimalne temperature koncentrisane su u blizini subsolarne tačke, dok se temperatura naglo smanjuje prema terminatoru i noćnoj strani. Temperaturna raspodela prati trenutnu raspodelu osunčanosti asteroida kao da ne postoji zadržavanje toplote u potpovršinskim slojevima. Ovakvo ponašanje posledica je male termalne inercije površinskog materijala. Površina nije sposobna da na efikasan način skladišti toplotu na delu gde je dnevna strana asteroida tokom jedne rotacije, pa se najveći deo apsorbovane energije odmah reemituje u vidu termalnog zračenja. Kako asteroid rotira veoma sporo, svaki deo površine ostaje dugo izložen Sunčevom zračenju i dostiže temperaturu blisku lokalnoj ravnoteži zračenja. Istovremeno, tokom duge noći površina se efikasno hladi, što dovodi do najvećih dnevno-noćnih razlika u temperaturi od svih prikazanih simulacija.

Mape razlika površinskih temperatura među modelima pokazuju dobro slaganje na većem delu površine, dok su najizraženija lokalna odstupanja prisutna na visokim geografskim širinama. Manje razlike javljaju se i u oblastima velikih temperaturnih gradijenata, uključujući oblast terminatora.

Sa povećanjem termalne inercije na $\Gamma = 500 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$ dolazi do primetne promene temperaturne raspodele na površini asteroida, slika 6.11. Maksimalne dnevne temperature postaju niže nego u slučaju prikazanom na slici 6.10, dok temperature na noćnoj strani rastu. Kao posledica toga, temperaturno polje površine asteroida postaje znatno ujednačenije, a prelaz između dnevne i noćne hemisfere postepeniji.

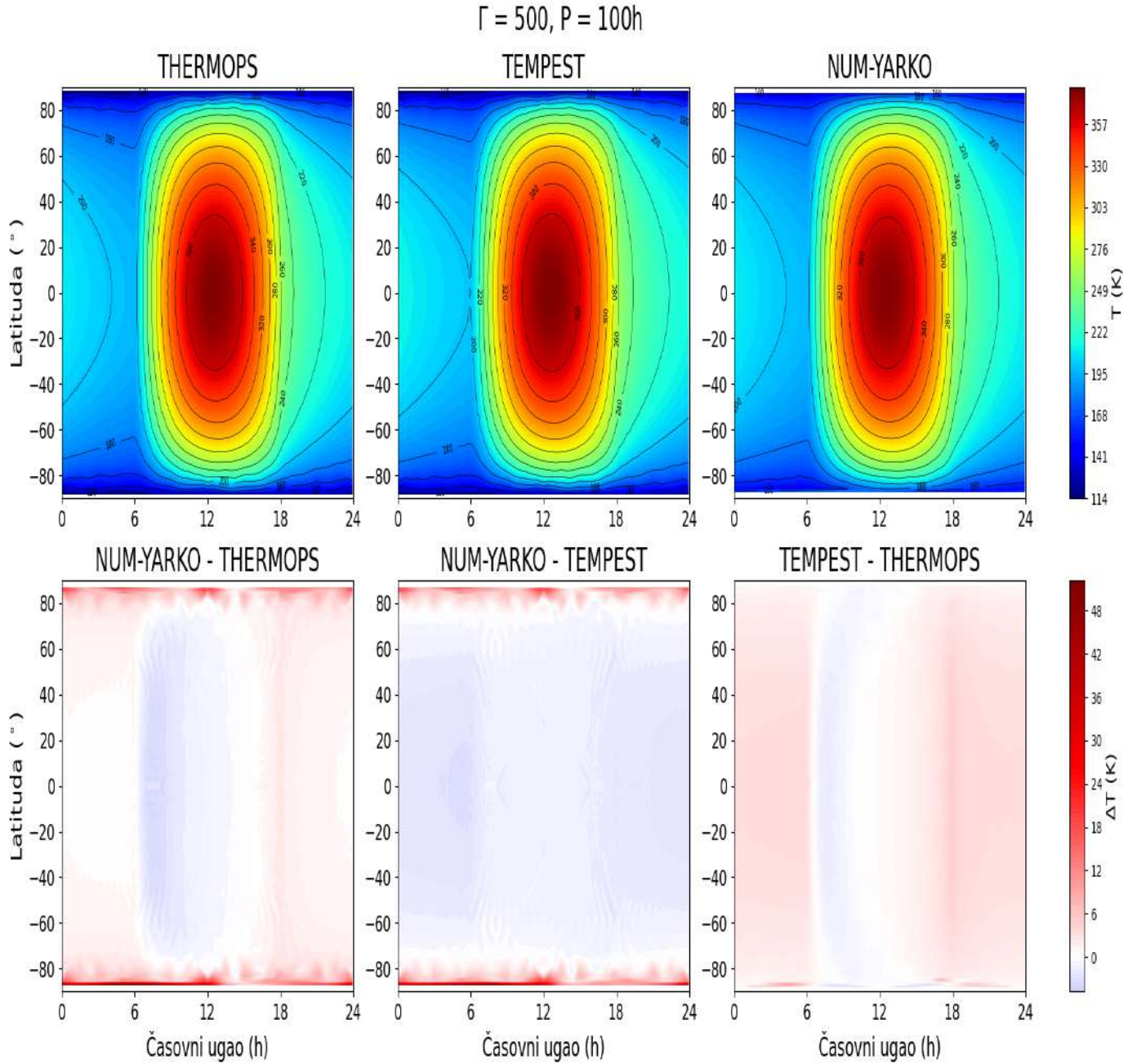
Objašnjenje ovakvog ponašanja leži u efikasnijem provođenju toplote u potpovršinske slojeve zbog veće termalne inercije. Delovi koji su osvetljeni tokom rotacije imaju priliku da se njihov značajan deo apsorbovane energije skladišti ispod površi-



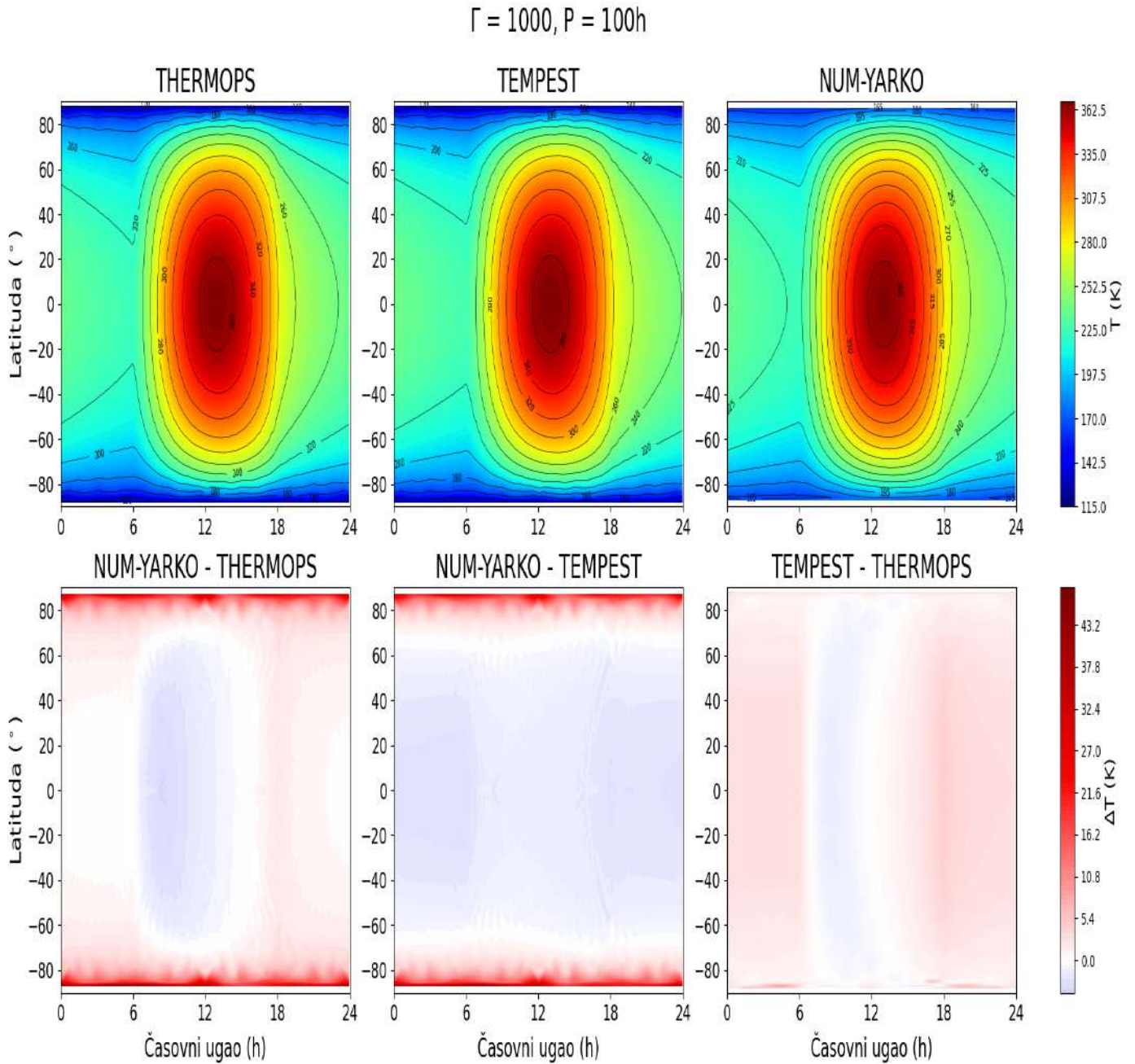
Slika 6.10: Raspodele površinske temperature za vrednost termalne inercije $\Gamma = 100 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 100h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.

ne i naknadno oslobađa tokom noći. Takođe se pojavljuje i izraženije fazno kašnjenje maksimalne temperature u odnosu na maksimalnu osunčanost, odnosno maksimum temperature više nije strogo vezan za subsolarnu tačku.

Kod najveće termalne inercije i najvećeg perioda rotacije odstupanja između modela su i dalje najizraženija na velikim geografskim širinama, slika 6.12. U ovom režimu temperaturno polje je znatno homogenizovano jer postoji efikasno provođenje toplote, pa čak i male razlike u numeričkom rešavanju mogu postati vidljive upravo u polarnim regionima.



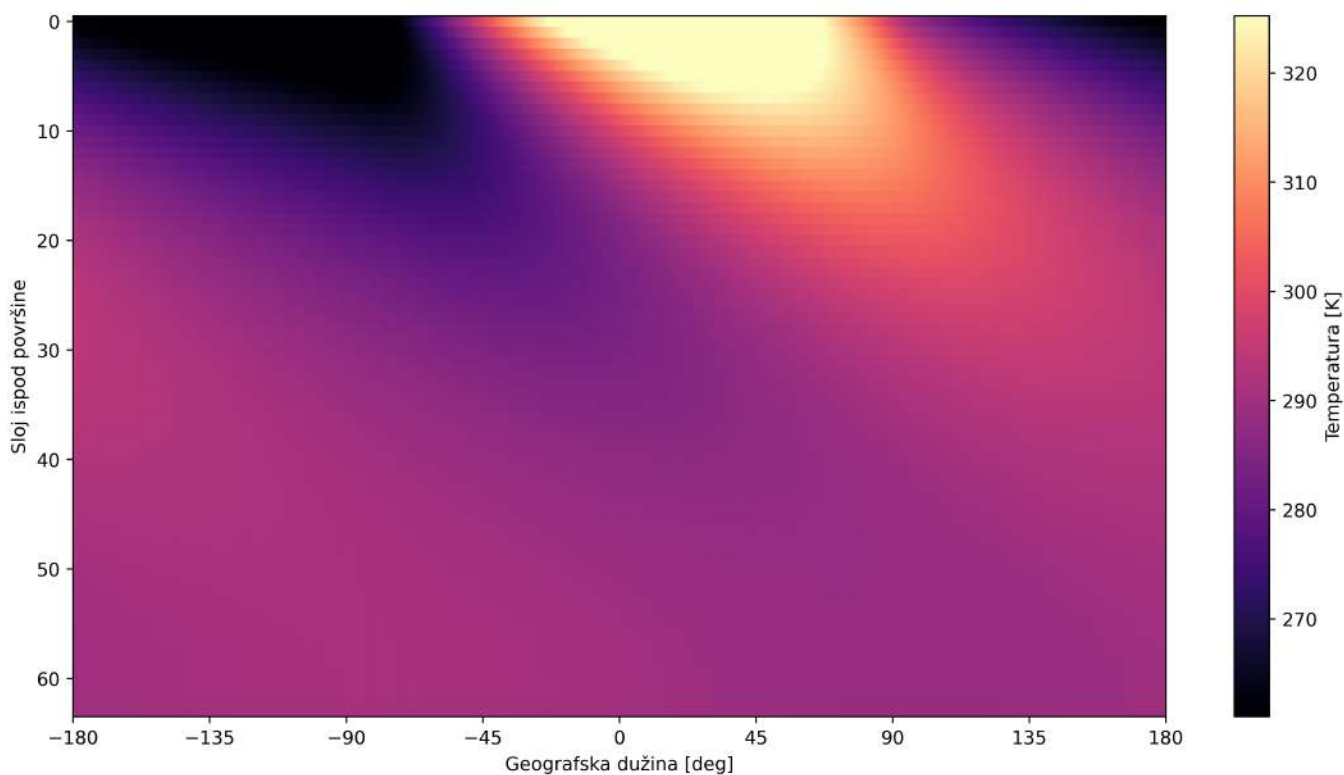
Slika 6.11: Raspodele površinske temperature za različite vrednosti termalne inercije $\Gamma = 500 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 100h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.



Slika 6.12: Raspodele površinske temperature za različite vrednosti termalne inercije $\Gamma = 1000 J m^{-2} s^{-1/2} K^{-1}$ i perioda rotacije od $P = 100h$. Geografska dužina je izražena kao časovni ugao, a geografska širina u stepenima. Donji red prikazuje razlike u temperaturi između modela.

6.4 Potpovršinski sloj

Kako bi se detaljnije analiziralo provođenje i akumulacija toplote ispod površine asteroida, pored površinske raspodele temperature razmatrana je i promena temperature kroz potpovršinske slojeve. Na slici 6.13 prikazana je temperaturna raspodela u funkciji geografske dužine i potpovršinskog sloja za model THERMOPS, za period rotacije $6h$ i termalnu inerciju $\Gamma = 500 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$. Slika je data za ekvatorijalnu oblast, dok geografska dužina istovremeno odgovara različitim fazama dana na asteroidu.



Slika 6.13: Raspodela temperature kroz površinske i potpovršinske slojeve u ekvatorijalnoj oblasti za model THERMOPS. Period rotacije $P = 6 \text{ h}$ i termalna inercija $\Gamma = 500 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$.

Najveće temperaturne promene prisutne su u površinskim i neposredno potpovršinskim slojevima. Sa povećanjem dubine amplituda temperaturnih promena postepeno opada, tako da dublji slojevi pokazuju znatno manje promene temperature tokom jedne rotacije. Ovakvo ponašanje predstavlja direktnu posledicu ograničene dubine prodiranja termalnog talasa. Sa slike se takođe može uočiti da se zagrevanje potpovršinskih slojeva ne odvija trenutno u odnosu na zagrevanje same površine.

6.4. POTPOVRŠINSKI SLOJ

Temperaturni maksimum u dubljim slojevima pokazuje fazno kašnjenje u odnosu na površinski maksimum, što je posledica difuzivnog provođenja toplote kroz materijal. Zbog toga se deo energije primljene tokom dnevne strane privremeno skladišti u potpovršini i oslobađa u kasnijim fazama rotacije. Ovaj efekat doprinosi održavanju viših temperatura nakon podneva i tokom prelaska ka noćnoj strani. Sa daljim povećanjem dubine temperaturna raspodela postaje sve uniformnija. Na dovoljno velikoj dubini dnevne temperaturne oscilacije postaju veoma male, što nam kaže da zapravo termalni talas koji prolazi u potpovršinu zahvata samo ograničenu dubinu potpovršine. Prikaz na slici 6.13 na taj način direktno potvrđuje fizički mehanizam koji stoji iza svih interpretacija temperaturnih mapa a to je da sa povećanjem dubine dnevni temperaturni talas se prigušuje i fazno pomera, dok dublji slojevi skladište toplotu sa znatno manjim temperaturnim oscilacijama.

Glava 7

Diskusija i zaključak

U ovom radu izvršeno je sistematsko poređenje tri termofizička modela, THERMOPS, TEMPEST i NUM-YARKO, koji su primenjeni sa istim nominalnim geometrijskim i fizičkim ulaznim parametrima. Analiziran je sferni asteroid prečnika 100 m, pri čemu su menjani period rotacije i termalna inercija. Na osnovu dobijenih rezultata možemo zaključiti da oba ova parametra imaju značajan uticaj na površinsku temperaturnu raspodelu. Iako THERMOPS, TEMPEST i NUM-YARKO koriste različite numeričke pristupe, osnovni oblik temperaturne raspodele dobijen u simulacijama je međusobno usaglašen. Sva tri modela reprodukuju očekivano zagrevanje dnevne (osvetljene) strane asteroida, hlađenje tokom noći i smanjenje temperature sa udaljavanjem od subsolarne tačke. Kada poredimo modele međusobno, najveće slaganje je između THERMOPS i TEMPEST modela, dok NUM-YARKO pokazuje izraženija lokalna odstupanja.

Povećanje termalne inercije dovodi do efikasnijeg skladištenja i transporta topline u potpovršinske slojeve, čime se smanjuje maksimalna dnevna temperatura, povećava temperatura noćne strane i smanjuje amplituda dnevnog temperaturnog ciklusa. Pri istoj termalnoj inerciji, povećanje perioda rotacije u razmatranom opsegu dovodi do izraženijeg dnevno-noćnog temperaturnog kontrasta, jer površina ima više vremena da se zagreje tokom dana i ohladi tokom noći.

Posebno su zanimljive razlike u polarnim oblastima. U simulacijama sa velikom termalnom inercijom i/ili dugim periodom rotacije razlike između modela postaju vidljivije upravo na većim geografskim širinama. Polarne oblasti primaju manju količinu Sunčevog zračenja i imaju drugačiju vremensku evoluciju temperature u odnosu na ekvatorijalne oblasti, te male razlike u početnim uslovima ili kriterijumu konvergencije mogu postati relativno izraženije. Kod NUM-YARKO dodatno treba

uzeti u obzir činjenicu da se početna temperatura postavlja jednako za sve numeričke ćelije, zbog čega u pojedinim termalnim režimima može biti potreban veći broj rotacija da se uspostavi stabilnija temperaturna raspodela. Dodatni testovi pokazali su da se lokalne temperature mogu menjati i nakon što je zadovoljen kriterijum konvergencije koji koristi NUM-YARKO. Zbog toga se odstupanja NUM-YARKO temperaturnog polja u ovim oblastima mogu tumačiti kao posledica nedovoljne konvergencije temperature za potrebe ovog poređenja, a ne kao pokazatelj drugačijeg fizičkog režima.

Zato kriterijum konvergencije predstavlja važan deo termofizičkog modelovanja. Nije dovoljno samo navesti broj izvršenih rotacija, već je potrebno i pokazati da je veličina relevantna za posmatrani rezultat dostigla stabilno stanje. Ovo je posebno važno pri poređenju različitih softverskih paketa, jer modeli ne koriste iste kriterijume za određivanje trenutka u kojem je dostignuto stabilno periodično temperaturno stanje. Kod modela NUM-YARKO kriterijum konvergencije zasniva se na stabilizaciji promene velike poluose da/dt , što ne mora istovremeno da garantuje konvergenciju lokalnog temperaturnog polja. Dodatni testovi sa 20 i 500 simuliranih rotacija pokazali su da broj simuliranih rotacija može da ima direktan uticaj na dobijenu temperaturnu raspodelu, a samim tim i na zaključke izvedene iz poređenja temperaturnih polja.

Pri interpretaciji rezultata potrebno je uzeti u obzir i koja su ograničenja ovog poređenja. Poređenje je izvršeno za idealizovano sferno telo, kružnu orbitu i nulti nagib ose rotacije, čime u razmatranom problemu nisu obuhvaćeni efekti nepravilnog oblika, sezonskih promena zbog osunčavanja kao i površinske hrapavosti. Ovakav pristup omogućava izolovano poređenje numeričkih karakteristika modela, ali ne predstavlja kompletnu termofizičku sliku realnog asteroida.

Kao prirodan nastavak ovog master rada nameće se proširenje analize sa idealizovanog sfernog tela na realne oblike asteroida. Realne površine asteroida značajno odstupaju od sfere i sadrže kratere, stene, udubljenja i druge morfološke strukture. Takva geometrija se značajno razlikuje od idealne sfere, i može dovesti do lokalnog zasenčivanja, višestrukog rasejanja Sunčevog zračenja kao i međusobnog zagrevanja površinskih elemenata. Ovakvi efekti bi dali realističniju sliku poređenja modela, kao i bolju procenu koliko geometrijska složenost utiče na razlike među modelima.

Literatura

- Bottke, William F. i dr. (2006). „The Yarkovsky and YORP Effects: Implications for Asteroids, Meteoroids, and Small Bodies”. U: *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 34, str. 157–191. DOI: 10.1146/annurev.earth.34.031405.125154.
- Bowell, Edward i dr. (1989). „Application of Photometric Models to Asteroids”. U: *Asteroids II*. Ur. Richard P. Binzel, Tom Gehrels i Mildred S. Matthews. University of Arizona Press, str. 524–556.
- Carslaw, Horatio S. i John C. Jaeger (1959). *Conduction of Heat in Solids*. Clarendon Press.
- Davidsson, Björn J. R. i dr. (Maj 2015). „Interpretation of thermal emission. I. The effect of roughness for spatially resolved atmosphereless bodies”. U: 252, str. 1–21. DOI: 10.1016/j.icarus.2014.12.029.
- Delbo, Marco (2004). „The Nature of Near-Earth Asteroids from the Study of Their Thermal Infrared Emission”. Doktorska teza. Freie Universität Berlin. URL: <https://refubium.fu-berlin.de/handle/fub188/10656>.
- Delbo, Marco i dr. (2015). „Asteroid Thermophysical Modeling”. U: *Asteroids IV*. Ur. Patrick Michel, Francesca E. DeMeo i William F. Bottke. University of Arizona Press, str. 107–128.
- Đurech, J. i dr. (2015). „Asteroid Models from Multiple Data Sources”. U: *Asteroids IV*. Ur. P. Michel, F. E. DeMeo i W. F. Jr. Bottke. Tucson: University of Arizona Press, str. 183–202. DOI: 10.2458/azu_uapress_9780816532131-ch010.
- Fenucci, Marco, Bojan Novaković i Dušan Marčeta (Jul 2023). „The low surface thermal inertia of the rapidly rotating near-Earth asteroid 2016 GE1”. U: 675, A134, A134. DOI: 10.1051/0004-6361/202346160. arXiv: 2306.07693 [astro-ph.EP].

- Fenucci, Marco, Bojan Novaković, David Vokrouhlický i dr. (Mar. 2021). „Low thermal conductivity of the superfast rotator (499998) 2011 PT”. U: 647, A61, A61. DOI: 10.1051/0004-6361/202039628. arXiv: 2101.04399 [astro-ph.EP].
- Fujiwara, Atsuo, Toshihiro Mukai i dr. (2006). „The Rubble-Pile Asteroid Itokawa as Observed by Hayabusa”. U: *Science* 312, str. 1330–1334. DOI: 10.1126/science.1125841.
- Harris, Alan W. (1998). „A Thermal Model for Near-Earth Asteroids”. U: *Icarus* 131.2, str. 291–301. DOI: 10.1006/icar.1997.5865.
- Harris, Alan W. i Johan S. V. Lagerros (2002). „Asteroids in the Thermal Infrared”. U: *Asteroids III*. Ur. William F. Bottke i dr. University of Arizona Press, str. 205–218.
- Hung, Denise i dr. (2022). „Thermal Properties of 1847 WISE-observed Asteroids”. U: *The Planetary Science Journal* 3.3, str. 56. DOI: 10.3847/PSJ/ac4d1f.
- Lagerros, Johan S. V. (1996). „Thermal Physics of Asteroids. I. Effects of Shape, Heat Conduction and Beaming”. U: *Astronomy and Astrophysics* 310, str. 1011–1020.
- (1998). „Thermal Physics of Asteroids. IV. Thermal Infrared Beaming”. U: *Astronomy and Astrophysics* 332, str. 1123–1132.
- Lauretta, Dante S. i dr. (2019). „The unexpected surface of asteroid (101955) Bennu”. U: *Nature* 568, str. 55–60. DOI: 10.1038/s41586-019-1033-8.
- Lebofsky, Larry A., Mark V. Sykes i dr. (1986). „A Refined “Standard” Thermal Model for Asteroids Based on Observations of 1 Ceres and 2 Pallas”. U: *Icarus* 68.2, str. 239–251. DOI: 10.1016/0019-1035(86)90021-7.
- Lebofsky, Larry A., Glenn J. Veeder i dr. (1978). „Visual and Radiometric Photometry of 1580 Betulia”. U: *Icarus* 35.3, str. 336–343. DOI: 10.1016/0019-1035(78)90086-6.
- Lyster, Duncan, Carly Howett i Joseph Penn (2025). „TEMPEST: A Modular Thermophysical Model for Airless Bodies with Support for Surface Roughness and Non-Periodic Heating”. U: *EPSC-DPS Joint Meeting 2025*. Sv. 18, EPSC-DPS2025–1479. DOI: 10.5194/epsc-dps2025-1479.
- Marčeta, D., B. Novaković i M. Gavrilović (2025). „Numerical Validation of the Yarkovsky Effect in Super-Fast Rotating Asteroids”. U: *Astronomy & Astrophysics* 703, A185. DOI: 10.1051/0004-6361/202556297.

- Müller, Michael (2007). „Surface Properties of Asteroids from Mid-Infrared Observations and Thermophysical Modeling”. Doktorska teza. Freie Universität Berlin. DOI: 10.23689/fidgeo-70.
- Novaković, Bojan i dr. (Jan. 2024). „ASTERIA-Asteroid Thermal Inertia Analyzer”. U: 5.1, 11, str. 11. DOI: 10.3847/PSJ/ad08c0. arXiv: 2311.03479 [astro-ph.EP].
- Rozitis, B. i dr. (2020). „Implications for Ice Stability and Particle Ejection From High-Resolution Temperature Modeling of Asteroid (101955) Bennu”. U: *Journal of Geophysical Research: Planets* 125.8, e2019JE006323. DOI: 10.1029/2019JE006323.
- Rozitis, Ben i Simon F. Green (2011). „Directional characteristics of thermal-infrared beaming from atmosphereless planetary surfaces - A new thermophysical model”. U: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 415.3, str. 2042–2062. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2011.18822.x.
- (2013). „The Influence of Rough Surface Thermal-Infrared Beaming on the Yarkovsky and YORP Effects”. U: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 430, str. 1376–1389. DOI: 10.1093/mnras/sts053.
- Spencer, John R. (1990). „A Rough-Surface Thermophysical Model for Airless Planets”. U: *Icarus* 83.1, str. 27–38. DOI: 10.1016/0019-1035(90)90004-S.
- Spencer, John R., Larry A. Lebofsky i Mark V. Sykes (1989). „Systematic Biases in Radiometric Diameter Determinations”. U: *Icarus* 78.2, str. 337–354. DOI: 10.1016/0019-1035(89)90182-6.
- Veverka, J., B. Farquhar, M. Robinson i dr. (2001). „The Landing of the NEAR-Shoemaker Spacecraft on Asteroid 433 Eros”. U: *Nature* 413.6854, str. 390–393. DOI: 10.1038/35096507.
- Vokrouhlický, David i dr. (2015). „The Yarkovsky and YORP Effects”. U: *Asteroids IV*. Ur. Patrick Michel, Francesca E. DeMeo i William F. Bottke. University of Arizona Press, str. 509–532.
- Watanabe, Sei-ichiro i dr. (2019). „Hayabusa2 arrives at the carbonaceous asteroid 162173 Ryugu – A spinning-top-shaped rubble pile”. U: *Science* 364, str. 268–272. DOI: 10.1126/science.aav8032.
- Yano, Hajime i dr. (2006). „Touchdown of the Hayabusa Spacecraft at the Muses Sea on Itokawa”. U: *Science* 312.5778, str. 1350–1353. DOI: 10.1126/science.1126164.

Biografija autora

Debora Pavela rođena je 22. maja 1997. godine u Pančevu. Završila je gimnaziju „Mihajlo Pupin” u Kovačici, na slovačkom nastavnom jeziku. Osnovne akademske studije završila je 2024. godine na Katedri za astronomiju Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, nakon čega je upisala master akademske studije. Tokom studija usmerila je svoja naučna interesovanja ka planetarnoj astronomiji, pre svega proučavanju asteroida i drugih malih tela Sunčevog sistema. Bavila se dinamikom asteroidnih familija, fizičkim i termofizičkim karakteristikama asteroida, aktivnim asteroidima, meteorskom astronomijom i numeričkim modelovanjem. Od 2022. do 2024. godine bila je student-istraživač na projektu „Demystifying Near-Earth Asteroids (D-NEAs)”. Od oktobra do decembra 2022. godine radila je istraživačku praksu na Max Planck institutu za istraživanje Sunčevog sistema u Getingenu, gde je radila na numeričkim magnetohidrodinamičkim simulacijama promena Zemljinog magnetnog polja. Autor je i koautor sledećih naučnih radova: „Analysis of the Karma asteroid family”, objavljenog u časopisu Monthly Notices of the Royal Astronomical Society; „Photometric and dynamic characterisation of active asteroid (248370) 2005 QN173”, objavljenog u časopisu Monthly Notices of the Royal Astronomical Society; i „ASTERIA - Asteroid Thermal Inertia Analyzer”, objavljenog u časopisu The Planetary Science Journal. Takođe je koautor rada „The effective number of meteors in a reduced field of view”, objavljenog u zborniku Proceedings of the International Meteor Conference. Za istraživački rad „The Karma asteroid family: membership, age and evolution” dobila je nagradu Univerziteta u Beogradu za najbolji studentski naučnoistraživački rad u oblasti prirodno-matematičkih nauka za 2021. godinu. Rezultate svojih istraživanja predstavljala je na brojnim domaćim i međunarodnim konferencijama i skupovima, među kojima su European Planetary Science Congress, Division on Dynamical Astronomy meeting AAS conference, EPSC-DPS Joint Meeting i kao i nekim međunarodnim meteorskim konferencijama. Dugogodišnje iskustvo ima i u obrazovanju i popularizaciji astronomije. Od 2018. godine angažovana je kao saradnik u Istraživačkoj stanici Petnica, gde drži predavanja iz opšte astronomije i astrofizike, meteorske astronomije i posmatračkih metoda. Takođe je i mentor na nekoliko učeničkih istraživačkih projekata. Njena glavna naučna interesovanja obuhvataju planetarnu astronomiju, dinamiku i termofizičko modelovanje asteroida, meteorsku astronomiju i numeričko modelovanje procesa u Sunčevom sistemu. U slobodno vreme bavi se amaterski proučavanjem meteorita, ronjenjem i plivanjem.